### CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ

## Transferência Forçada de Massa por Troca Convectiva em Meios Planos Semi-Infinitos Bidimensionais

Thuany Nascimento Leal

Prof. Orientador: Carlos Eduardo Guedes Catunda

Rio de Janeiro Novembro de 2017

### CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA FONSECA – CEFET/RJ

## Transferência Forçada de Massa por Troca Convectiva em Meios Planos Semi-Infinitos Bidimensionais

Thuany Nascimento Leal

Projeto final apresentado em cumprimento às normas do Departamento de Educação Superior do CEFET/RJ, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Prof.Orientador: Carlos Eduardo Guedes Catunda

Rio de Janeiro Novembro de 2017

L435	Leal, Thuany Nascimento Transferência forçada de massa por troca convectiva em meios planos semi-infinitos bidimensionais / Thuany Nascimento Leal.— 2017. xiii, 47f. + anexos : il. (algumas color.), grafs., tabs.; enc.
	Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca , 2017. Bibliografia : f. 46-47 Orientador : Carlos Eduardo Guedes Catunda
	<ol> <li>Engenharia mecânica. 2. Massa – Transferência. 3. Análise dimensional. 4. Mecânica dos fluidos. I. Catunda, Carlos Eduardo Guedes (Orient.). II. Título.</li> </ol>
	CDD 621

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

### Agradecimentos

Os primeiros agradecimentos não poderiam deixar de ser a meus avós que sempre me apoiaram nesta jornada. Mesmo com a limitação de seus estudos sempre fizeram parte da faculdade e deste projeto, tentando entender cada passo e ser trampolim e conforto para que eu fosse mais ao longe.

Meus pais são minha base e toda conquista que tenho é fruto do amor que recebi e do esforço que fizeram e fazem para que eu tenha condições de prosperar, portanto, agradecer é pouco frente ao que recebi.

Agradeço aos mestres que tive ao longo do curso no CEFET/RJ que passaram todo seu conhecimento e, principalmente, aos que contribuíram ao longo de minha formação e diretamente neste projeto: Prof. Fernando Ribeiro, fundamental na elaboração do programa utilizado; Prof. Alexandre Silva, que auxiliou todos os processos burocráticos e se manteve disponível a todas as solicitações e; Prof. Juliana Basílio, com quem tive o prazer de trabalhar durante a monitoria e abriu as portas do Laboratório de Mecânica dos Fluidos (LAMEF) para a realização dos ensaios.

Os instrumentos utilizados nas medições dos parâmetros deste projeto foram disponibilizados pelo Departamento de Meteorologia do Curso Técnico do CEFET/RJ e, com os ranges esperados de variação nos mesmos, os coordenadores do curso selecionaram aqueles que seriam mais assertivos/precisos em suas medições. Agradeço a este apoio, em destaque às figuras dos professores Almir Venancio e Daniel Neiva.

Antes de iniciar o projeto sofri um acidente e contei com o apoio dos amigos, em especial Rafael Hamano, que auxiliou na busca de materiais na faculdade durante todo meu período de repouso e, sem ele, o projeto não existiria. A ele, meu "Muito Obrigada!".

E, por fim, agradeço imensamente ao meu Orientador Carlos Eduardo Catunda que se tornou um exemplo para mim. Muito solícito e presente no acompanhamento do trabalho, sempre me guiando a alcançar o melhor das minhas ideias e, muito humano quando se preocupou com meu acidente e fez todo o possível para me orientar, enviar materiais e me ajudar quando, eu mesma, pensei que não seria possível iniciar o projeto.

### Resumo

Objetivando relacionar fenômenos convectivos de transporte de massa com a análise dimensional e a analogia de Reynolds e Colbum, e sua similaridade com os conceitos físicos, o presente trabalho tomará por base a performance de um protótipo que simula a transferência convectiva forçada de massa e, sujeitará seus resultados a um comparativo com o modelo teórico matemático e, também, a uma simulação no software Matlab.

Serão analisadas as diferenças entre o fenômeno real e os resultados teóricos esperados de modo que sejam estabelecidas bases para expansão aos estudos, a partir de um detalhamento das limitações de cada um dos vieses inspecionados.

Fenômenos de troca convectiva altamente complexos serão sujeitos a uma abordagem mais simples de modo que se possa compreender mais facilmente e, a todo e qualquer leitor, seja possível a análise e correlação de suas ocorrências a situações cotidianas.

Palavras chaves: Transferência Convectiva, Transporte de Massa, Analogia de Reynolds, Análise Dimensional

### Abstract

In order to relate convective mass transport phenomena with Reynolds and Colbum dimensional analysis and analogy, and their similarity to physical concepts, the present work will be based on the performance of a prototype that simulates forced convective mass transfer and will subject its results to a comparative with the mathematical theoretical model and, also, to a simulation in Matlab software.

The differences between the real phenomena and the expected theoretical results will be analyzed from a detail of their limitations.

Highly complex convective exchange phenomena will be subject to a more simplified approach in order to facilitate their understanding and, thus, the analysis and correlation of their occurrences in usual situations.

Keywords: Convective transfer; mass transport; Reynolds analogy; Dimensional Analysis.

# Lista de Figuras

Figura 1: Faixa de Condutividade para Alguns Materiais à Temperatura Ambiente [24]6
Figura 2: Classificação dos Escoamentos em Meios Contínuos [6]7
Figura 3: Esquema Escoamentos Laminar e Turbulento [9]8
Figura 4: Convecção Forçada X Convecção Natural [4] Adaptada10
Figura5: Desenvolvimento de Camada Limite de Velocidade para Fluido em Placa Plana [4]12
Figura 6: Desenvolvimento de Camada Limite Térmica para Fluido em Placa Plana [4]13
Figura 7: Desenvolvimento da Camada Limite de Concentração para Fluido em Placa Plana [17]
Figura 8: Variação de u em y ao longo de x, em que x representa a distância analisada a partir da
borda de ataque da placa [18]23
Figura 9a: MA (Bancada A)
Figura 9b: VA (Bancada A)
Figura 10a: Acabamento da Placa de Vidro utilizada
Figura 10b:Especificação do Secador de Cabelo Adotado
Figura 11: Anemômetro cedido pelo Departamento de Meteorologia
Figura 12: Termômetro27
Figura 13:Higrômetro27
Figura 14:Montagem da Bancada28
Figura 15: Recipiente cilíndrico utilizado como padrão
Figura 16: Medições na Balança
Figura17:Formação de Camada Limite durante a experimentação para a água33
Figura 18:Influência de Sc na distribuição de concentração adimensional do soluto – fp=035
Figura 19: Influência de Sc na distribuição de concentração adimensional do soluto - fp=-0.5 36
Figura 20: Simulação Hipotética:Influência de Sc na distribuição de concentração adimensional
do soluto – fp=0
Figura 21: Simulação Hipotética: Influência de Sc na distribuição de concentração adimensional
do soluto – fp=-0.5

## Lista de Tabelas

Tabela 1: Termodinâmica de alguns fluidos a 1atm e 20°C [2] Adaptada	4
Tabela 2: Propriedades dos Gases Comuns a 1atm e 20°C [2] Adaptada	4
Tabela 3: Principais Adimensionais para Transferência de Massa [20]	19
Tabela 4: Valores para a Difusividade de Certos Fluidos ao Ar [20]	

# Lista de Quadros

Quadro 1:Faixas de Reynolds [2]	9
Quadro 2: Equações de Camada Limite na Forma Adimensional. [5] Adaptado	16
Quadro3:Umidade Relativa e Temperatura na Experimentação	29
Quadro4: Velocidades Medidas no Anemômetro para Posições I e II do Ventilador	29
Quadro 5:Número de Schmidt teórico para os fluidos avaliados neste estudo nas CNTPs	35
Quadro6:Dados para Cálculos	39
Quadro7:Resultados Teóricos de Alguns Parâmetros	40
Quadro 8:Comparativo de Fluxos Mássicos	40

## Lista de Variáveis

- P: Pressão
- $\rho$ : Massa específica
- T: Temperatura
- u: Energia interna
- h: Entalpia
- s: Entropia
- $c_p \ e \ c_v$ : Calores Específicos
- µ: Coeficiente de Viscosidade Dinâmica
- k: Condutividade térmica
- $\gamma$ : Peso específico
- g: Aceleração padrão da gravidade
- SG: Specific gravity
- R: Constante universal dos gases.
- Re: Número de Reynolds
- V: Volume
- L: Comprimento característico
- Vel: velocidade
- c: Velocidade do som
- M: número de March
- $E_{v}$ : Módulo de compressibilidade (ou de elasticidade):
- Qconv: Transferência de Calor total por convecção
- h<sub>c</sub>:Coeficiente de transferência de calor por convecção
- A: Área de transferência de calor
- $\tau$ : Tensão de cisalhamento
- v: Velocidade do fluido
- $u_\infty$ : Velocidade do Fluido na Corrente livre
- $T_s$ : Temperatura Superficial
- $\delta_t$ : Espessura da Camada Limite Térmica
- T: Temperatura local do fluido
- $T_{\infty}$ : Temperatura da corrente livre
- $\mathcal{C}_{\infty}$ : Concentração de uma espécie A qualquer, para a corrente livre

 $\delta_c$ : Camada limite de concentração ao longo da superfície.

- Pr: Número de Prandtl
- $C_f$ : Coeficiente de Atrito Local
- Nu: Número de Nusselt
- $\rho$ : Concentrações mássicas
- Sc: Número de Schmidt
- Le: Número de Lewis
- Sh: Número de Sherwood
- D: Difusividade Mássica
- k': Constante de Boltzmann
- T: Temperatura absoluta
- r: Raio da partícula de soluto
- fp: Parâmetro de injeção da matéria
- $w_1$ : Umidade absolutas para umidade relativa de 100%
- $w_2$ : Umidade absoluta para umidade relativa de 75%

## Sumário

Lista de Figuras	VII
Lista de Tabelas	VIII
Lista de Quadros	IX
Lista de Variáveis	X
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação	1
1.2 Justificativa	1
1.3 Objetivo	2
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1 Propriedades de Fluidos	3
2.2 Condições de Escoamento	6
2.3 A Convecção	10
2.3.1 Fundamentos da Convecção	10
2.3.2 As Camadas Limite	11
2.3.2.1 Camada Limite de Velocidade	11
2.3.2.2 Camada Limite Térmica	12
2.3.2.3 Camada Limite de Concentração	13
2.4 Análise Adimensional	14
2.4.1 Definindo a Análise Adimensional	14
2.4.2 A Análise Adimensional na Convecção Térmica	15
2.5 A Transferência de Massa	17
3. METODOLOGIA	22
3.1 Desenvolvimento do modelo numérico	22
3.2 Elaboração do protótipo para realizar testes de bancada	24
3.2.1 Bancada A	24
3.2.2 Bancada B	26
4. RESULTADOS	29
4.1 Resultados Experimentais	29
4.1.1Dos Resultados Para a Água	30
4.1.2Dos Resultados Para o Álcool	30
4.1.3 Dos Resultados Para a Gasolina	31
4.1.4 Observações Comparativas durante a Secagem	31
4.2 Resultados Numéricos	33
4.3 Resultados Teóricos	38

40

## 1. INTRODUÇÃO

Grande parte dos estudos científicos consiste em apurar a ocorrência dos fenômenos naturais e tentar ambientá-los em uma relação com o ser humano. Deste modo, é preterido um controle ou "releitura" dos fenômenos de modo que estes sejam adaptáveis à necessidade humana. Assim, o processo de troca convectiva foi e continua sendo um dos objetos de estudo e, em destaque, a troca convectiva de calor e massa que, da simples evaporação, passou a, também, um fenômeno controlável e ocorrendo atravésda troca por excitação externa forçada.

O estudo de tal fenômeno resultou em um modelo matemático que descreve as interações entre o fluido, a natureza do escoamento, e a própria geometria envolvida. Entretanto, o modelo estabelece condições especiais quanto as características supracitadas e estas aproximações podem gerar divergências quando comparadas a condições reais.

#### 1.1 Motivação

O processo de secagem se apresenta como uma das mais fortes aplicações do estudo da transferência de massa forçada.

A redução do teor de água nos produtos permite que o tempo de conservação seja maior e, também, sua vida útil. Além disso, é facilitado o transporte, manuseio e armazenamento[13].

O estudo da transferência de massa engloba a análise de reações químicas existentes e a reação de espécies a uma movimentação molecular, quando excitadas sobre uma superfície [23]. Isto ocorre para todo e qualquer fluido e sua resistência à transferir massa se expressa diretamente em seu coeficiente de troca convectiva de massa.

#### 1.2 Justificativa

Fenômenos de transferência de massa são facilitados pelos fenômenos convectivos, ou seja, pelas propriedades dos fluidos e seus gradientes de concentração.

A existência de diferentes técnicas de transferência de massa, por exemplo, se relaciona ao estudo da interação do fluido/meio com o processo convectivo de modo que os fatores de influência sobre as condições de escoamento, bem como suas características intrínsecas, são determinantes em modelar a melhor forma com a qual será mais viável se impor o processo.

#### 1.3 Objetivo

Este trabalho busca relacionar fenômenos de transporte convectivos de massa com a análise dimensional e a analogia de Reynolds e Colbum, e sua similaridade com os conceitos físicos. Para tal, será utilizado um protótipo no qual será forçada a transferência de massa convectiva sobre uma superfície plana e, sua performance será medida a fim de subordinar tais resultados a uma modelagem numérica com auxílio do software Matlab. Por fim, haverá a busca por um padrão de desvio que possa resultar em um coeficiente que relacione a experiência real com a modelagem teórica.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A transferência forçada de massa trata da fluido-dinâmica por uma força motriz externa e o gradiente de concentração impactará nos resultados desta interação. Para a compreensão de tal fenômeno é necessário que sejam abordadas as propriedades inerentes a cada fluido bem comoas condições de contorno do escoamento desenvolvido e, análogo à transferência de calor, as formas de transferência que poderiam nortear os acontecimentos. Desta maneira, se obtém o "Número de Lewis", uma correlação entre as difusividades térmica e mássica, que faz parte de uma gama de adimensionais, assunto que também será tratado em posterior.

#### 2.1 Propriedades de Fluidos

Um fluido é uma substância que ao ser submetida a uma tensão de cisalhamento – força que age tangencialmente à uma superfície – se deforma. Comparado a um sólido que, quando sobre efeitos de tais esforços, oferece certa resistência e a partir de determinado limiar começa a se deformar continuamente (escoar), um fluido quando exposto às tensões começa aescoar[1].

Diferentes fluidos podem apresentar comportamentos totalmente distintos e são suas propriedades que caracterizam os comportamentos e quantificam estas diferenças. Estas são listadas como uma consideração estática sobre o fluido, entretanto, mesmo quando em um escoamento, elas são conservadas visto que para cada porção analisada existe uma grande quantidade de moléculas envolvidas, pouco espaçadas, que buscam equilibrar-se. Desta maneira, considera-se que o fluido seja um meio contínuo, com variações constantes, e que as propriedades hão de ser tratadas em seu valor médio no escoamento, o que equivale aconsiderações pontuais [1].

Sendo o escoamento a ocorrência de movimentação, o campo de velocidade é uma função contínua e existente. Ela interage diretamente com as propriedades termodinâmicas: Pressão(P), Massa específica( $\rho$ ) e Temperatura(T). O Princípio de Conservação de Energia (1º Enunciado da Termodinâmica) é a base dos balanços de trabalho, calor e energia.São considerações importantes as Propriedades Extensivas: Energia interna(u), Entalpia(h), Entropia(s) e Calores Específicos( $c_p \ e \ c_v$ ). E as que descrevem os efeitos de atrito e condução de calor, chamadas Propriedades de Transporte:Coeficiente de Viscosidade (μ) e Condutividade térmica (k) [2,8].

É possível perceber nasTabelas 1 e 2 a variação dessas propriedades entre os fluidos: **Tabela1:** Propriedadestermodinâmicas de alguns fluidos a 1atm e 20°C [2]. Adaptada

Líquido	ρ, kg/m3	μ, kg/(m . s)	Y, N/m*	ρv, N/m2	Módulo de elasticidade volumétrico, N/m2
Etanol	789	1,20E-03	2,28E-02	5,70E+03	9,00E+08
Gasolina	680	2,92E-04	2,16E-02	5,51E+04	9,58E+08
Água	998	1,00E-03	7,28E-02	2,34E-13	2,19E+09
Água do mar	1025	1,07E-03	7,28E-02	2,34E-13	2,33E+09
Óleo SAE 30W	891	2,90E-01	3,50E-02	6210	1,38E+09

Tabela2: Propriedades dos Gases Comuns a 1atm e 20°C [2]. Adaptada

Peso Molecular	<b>R</b> , m <sup>2</sup> /(s <sup>2</sup> . K)	$\rho g, N/m^3$	μ, N . s <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	Razões de calores específicos	Expoente nº da lei de potência
28,96	287	11,8	1,80E-05	1,4	0,67
28,02	297	11,4	1,76E-05	1,4	0,67
2,016	4124	0,822	9,05E-06	1,41	0,68
44,01	189	17,9	1,48E-05	1,3	0,79
18,02	461	7,35	1,02E-05	1,33	1,15
28,01	297	11,4	1,82E-05	1,4	0,71
	Peso Molecular 28,96 28,02 2,016 44,01 18,02 28,01	Peso Molecular         R, m²/(s². K)           28,96         287           28,02         297           2,016         4124           44,01         189           18,02         461           28,01         297	Peso Molecular         R, m²/(s². K)         ρg, N/m³           28,96         287         11,8           28,02         297         11,4           2,016         4124         0,822           44,01         189         17,9           18,02         461         7,35           28,01         297         11,4	Peso Molecular         R, m²/(s². K)         ρg, N/m³         μ, N. s²/m²           28,96         287         11,8         1,80E-05           28,02         297         11,4         1,76E-05           2,016         4124         0,822         9,05E-06           44,01         189         17,9         1,48E-05           18,02         461         7,35         1,02E-05           28,01         297         11,4         1,82E-05	Peso Molecular         R, m²/(s². K)         ρg, N/m³         μ, N. s²/m²         Razões de calores específicos           28,96         287         11,8         1,80E-05         1,4           28,02         297         11,4         1,76E-05         1,4           2,016         4124         0,822         9,05E-06         1,41           44,01         189         17,9         1,48E-05         1,3           18,02         461         7,35         1,02E-05         1,33           28,01         297         11,4         1,82E-05         1,4

A Pressão(*P*) pode dar origem a um escoamento, através de seu gradiente. Pode ser definida como a tensão (de compressão) em um ponto do fluido[2].

O inverso do volume específico é a massa específica ( $\rho$ ), e representa a massa por unidade de volume. Enquanto que para gases há um aumento, com certa proporcionalidade, em relação à pressão, para líquidos se mantém quase constante, aumentando pouco para grandes variações de pressão. Desta maneira, geralmente, escoamentos de líquidos são tratados como incompressíveis [2].

Relacionado à massa específica ( $\rho$ ), está o peso específico( $\gamma$ ). Ele caracteriza o peso do sistema fluido, enquanto a primeira caracteriza a massa. A relação por eles estabelecida é:  $\gamma = \rho. g$ , sendo g a aceleração padrão da gravidade (9,81 m/s<sup>2</sup>) [1].

A razão entre a massa específica de um fluido e a massa específica da água numa certa temperatura (geralmente 4°C) é a definição da densidade relativa, representada por SG ("specificgravity"):  $SG = \frac{\rho}{\rho_{h20}}$ , assim, não depende do sistema de unidades utilizado. Ao se conhecer uma das três propriedades, é possível definir as outras duas [1].

A Temperatura(T), caso desempenhe grandes variações, pode dar relevância a transferência de calor. Durante um escoamento em alta velocidade, para um gás, pode variar consideravelmente e pode ser expressa como a medida do nível de energia interna de um fluido [2].

A energia interna específica (u) se traduz como a energia presente em uma substância devidoà atividade molecular e as forças de ligação molecular. É uma função de T e P [2].

O Princípio dos Gases perfeitos estabelece as relações entre a pressão, temperatura e a constante universal dos gases R através da equação  $P = \rho$ .R.T em condições de baixas pressões e/ou altas temperaturas. Tais relações são verificadas através do diagrama de compressibilidade, no qual se pode observar o comportamento dos gases em pressões ou temperaturas reduzidas. Além disso, a constante R se relaciona com os calores específicos segundo a equação R=cp-cv. Os calores específicos variam em função da temperatura e são propriedades que podem ser encontrados Tabelados [2,8].

A entalpia específica (h) é função de pressão e temperatura e pode ser expressa como:  $h = u + \frac{P}{\rho}$ . Para um gás perfeito varia somente com a temperatura de modo que: [2]

$$h = u + \frac{p}{\rho} \to h(T) = u + R.T;$$
  

$$C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P \to C_p = \frac{\partial h}{\partial T} = C_p(T);$$

$$Logo, dh = C_p(T)dT$$
[2]

Apropriedade chamada entropia (s) afere a desorganização de um sistema, e pode ser resultante dos diferentes processos que a geram[8].

A relação estabelecida entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação por cisalhamento (gradiente de velocidade) é expressa através de uma constante de proporcionalidade denominada viscosidade dinâmica ( $\mu$ ). Os fluidos que respeitam a linearidade dessa dependência são chamados Newtonianos, o que apresentam relação não-linear são chamados Não-Newtonianos. Quando combinada com a massa específica, a viscosidade dinâmica estabelece a viscosidade cinemática ( $\nu$ ):  $\nu = \frac{\mu}{\alpha}$ [1].

Semelhante à viscosidade dinâmica, a condutividade térmica (k) expressa a relação entre a taxa de fluxo de calor por unidade de área (q") ao vetor gradiente de temperatura ( $\nabla T$ ). Sendo aplicável tanto a fluidos, quanto a sólidos, a proporcionalidade estabelecida experimentalmente foi conhecida como Lei de Fourier da Condução de Calor:

$$q'' = -k.A.\frac{dT}{dx}$$
 (I)

Onde o sinal negativo está de acordo à convenção de que o fluxo de caloré positivo na direção da temperatura decrescente[2].

O coeficiente representa a capacidade que o material tem de conduzir calor, e varia dentro de uma extensa faixa. São chamados isolantes térmicos quando o valor de k é baixo e, em contraste, para elevados valores é condutor. Alguns materiais apresentam sensível variação em relação à temperatura e outros, nem tanto [11].

A transferência de calor para fluidos é menos efetiva em relação aos sólidos. Isto está diretamente relacionado ao coeficiente de transferência térmica, que para fluidos (líquidos e gases), em geral, é menor do que para sólidos devido ao espaçamento intermolecular maior existente e a movimentação aleatório de moléculas, como segue na Figura 1: [24]



Figura1: Faixa de Condutividade para Alguns Materiais à Temperatura Ambiente [24]

#### 2.2 Condições de Escoamento

Há vários aspectos que caracterizam o escoamento de um fluido e são estes que podem "subdividi-los" em grupos para estudo. Os escoamentos podem ser definidos como: viscoso ou não viscoso (invíscido), interno ou externo, compressível ou incompressível, laminar ou turbulento, tendo sua excitação de forma natural ou forçada, com regime de escoamento permanente ou não permanente (transiente), além da caracterização quanto o plano de ocorrência (uni, bi ou tridimensional) [3].

A consideração sobre a relevância dos efeitos viscosos frente às forças de pressão, tornando-os desprezíveis ou não para o escoamento, pode ser avaliada através do Número de Reynolds:

 $Re = \rho . \frac{VL}{\mu}$ , sendo V a velocidade do escoamento e L o comprimento característico. O número encontrado para Reynolds traz consigo o domínio dos efeitos viscosos caso este seja "pequeno" e a possibilidade de desprezar o mesmo, caso este seja "grande" [6].

Assim sendo, através do cálculo de Reynolds, é possível caracterizar, em parte, os escoamentos como demonstra o esquema abaixo:



Figura2: Classificação dos Escoamentos em Meios Contínuos [6]

É possível definir a viscosidade de um fluido comouma medida de aderência interna, que nuncaé nula. Os escoamentos viscosos consideram este atrito, enquanto que aos invíscidos está reservada a consideração deste ser desprezível frente às forças inerciais e de pressão. Em geral, para grandes velocidades de escoamento, haverá pouca aderência e, portanto, o atrito será desprezível [3,6].

A velocidade do escoamento o caracterizará como laminar ou turbulento. Sendo o primeiro a movimentação organizada, com as partículas agrupadas em "lâminas" enquanto a

segunda se remete a uma movimentação desordenada, como é mostrado esquematicamente na Figura 3: [3]



Figura3: Esquema Escoamentos Laminar e Turbulento [9]

Há ainda o escoamento transitório, onde há alteração entre os dois outros descritos. Para este caso, o número de Reynolds será fundamental, de modo que, com o resultado obtido mediante seu cálculo, é possível determinar a faixa aproximada de caracterização do escoamento, através da relação entre Reynolds e a turbulência, como mostra o Quadro 1. [3,6] **Quadro 1:** Faixas de Reynolds [2]

Faixa de Reynolds	Caracterização do Escoamento
1 <re<1< td=""><td>Movimento laminar altamente viscoso</td></re<1<>	Movimento laminar altamente viscoso
1 <re<100< td=""><td>Laminar, forte dependência do número de</td></re<100<>	Laminar, forte dependência do número de
	Reynolds
100 <re<10<sup>3</re<10<sup>	Laminar, a teoria da Camada-Limite é útil
$10 < \text{Re} < 10^4$	Transição para a Turbulência
$10^4 < \text{Re} < 10^6$	Turbulência, dependência moderada do número
	de Reynolds
10 <sup>6</sup> <re<∞< td=""><td>Turbulento, fraca dependência do número de</td></re<∞<>	Turbulento, fraca dependência do número de
	Reynolds

Estes valores do quadro são representativos e podem variar de acordo com outras características de escoamento como geometria, rugosidade e nível de flutuação na corrente de entrada [2].

Caso o escoamento ocorra de modo confinado ou não, o mesmo será dito escoamento interno ou escoamento externo, respectivamente. O interno caracteriza um fluido totalmente limitado por superfícies sólidas, como um escoamento dentro de umatubulação, e o externo se refere a ocorrer sobre uma superfície de modo não confinado [6].

As faixas de transição do Quadro 1 se pautam para escoamento em dutos (escoamento interno) [2].

Para casos de escoamento externo (placa plana, por exemplo), em geral, adota-se o seguinte limite de transição [2]:

## $Re \le 5 \ x \ 10^5 \rightarrow Regime \ Laminar$ $Re \ge 5 \ x \ 10^5 \rightarrow Regime \ Turbulento$

A variação de massa específica o definirá como escoamento compressível ou incompressível. Para líquidos, os escoamentos são, normalmente, ditos incompressíveis, pois sua variação é irrelevante, diferentemente dos gases que poucas variações de pressão já implicam em mudanças significativas em sua massa específica, tornando errada a consideração de sua incompressibilidade, salvo alguns casos particulares em que a velocidade do escoamento(Vel) é pequena em relação à velocidade do som(c), nos quais o número de March (M), definido como  $M = \frac{Vel}{c}$ , apresenta valor menor que 0.3. O módulo de compressibilidade (ou de elasticidade) relaciona as mudanças de massa específica e pressão para líquidos da seguinte maneira:  $E_v = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}}$ caso este seja independente da temperatura. A relevância desta compressibilidade é percebida em fenômenos como o Golpe de Aríete e o Fenômeno da Cavitação [3,6].

O modo com o qual o fluido foi excitado inicialmente define o escoamento natural ou escoamento forçado. Sendo, obviamente, o forçado aquele que dependeu de agentes externos para tal, como uma bomba, ventoinha, entre outras[6].

Ainda há a classificação entre estacionário (regime permanente) ou não estacionário (regime não permanente). Neste caso, oestacionário é aquele em que não há variação nas propriedades ao longo do tempo, de modo que a vazão é constante. O não permanente assume a mudança das variáveis, tendo o campo de velocidade independente da variável tempo.Além destas classificações básicas, em derivação a tal movimentação, tem-se o escoamento transiente no qual um perfil inicial será acelerado a uma dada velocidade, porém, ambos serão permanentes isoladamente; o escoamento periódico, com variação contínua com relação temporal e; o escoamento aleatório, no qual a velocidade varia aleatoriamente em relação ao tempo [10].

De acordo com o número de variáveis independentes que caracterizam o campo no qual ocorre o escoamento, este se torna uni, bi ou tridimensional. A velocidade varia nas três dimensões, podendo ou não ser relevante em todas elas; deste modo, o escoamento pode ser aproximado (redução de dimensões) para uni ou bidimensional em ocorrência de uma variação ser muito maior que a existente em outra dimensão, tornando a aproximação com erro desprezível e, simplificando o problema [3].

#### 2.3A Convecção

#### 2.3.1 Fundamentos da Convecção

Condução, Irradiação e Convecção são os três mecanismos para transferência de calor. Os dois primeiros diferem da convecção por não precisarem de movimentação de fluido e esta ser dependente da mesma, sendo ao primeiro necessário apenas um meio material, e o segundo define-se como uma propriedade magnética, propagando-se inclusive no vácuo.A movimentação de um fluido aumenta a transferência de calor ao provocar mais choques entre moléculas mais frias com moléculas mais quentes e, seguindo este conceito, quanto maior a velocidade do fluido, maior será a taxa de transferência de calor convectiva[4].

O escoamento de um fluido pode ter origem natural ou ser excitado por um agente externo, assim sendo, a convecção tomada pelo auxílio de um agente externo é chamada de convecção forçada. A Figura 4 transmite tal ideia:



Figura4: Convecção Forçada X Convecção Natural [4] Adaptada

O fenômeno da convecção depende em primeiro lugar da velocidade do fluido, e segue dependente de outras propriedades, são elas: viscosidade dinâmica, condutividade térmica, massa específica e calor específico associadas ao fluido, além dos componentes superficiais representados pelo atrito da superfície e por suas características geométricas [4].

Sendo a taxa de transferência de calor proporcional à diferença de temperatura entre fluido e meio e bem expressa pelo princípio de Resfriamento de Newton:

$$Q_{conv} = h_c.A.(T_s - T_{\infty});$$
 (W) (II)

onde:

$$h_c = coeficientedetransferênciadecalorporconvecção, W/m^2K$$
  
 $A = áreadetransferênciadecalor, m^2$   
 $T_s = TemperaturadaSuperfície, °C$   
 $T_{\infty} = Temperaturadofluidosuficientementelongedasuperfície, °C$ 

A determinação da taxa dependerá de encontrar o valor do coeficiente  $h_c$ , queestá relacionado às propriedades dos fluidose, para tal, recorre-se as correlações determinadas a partir de uma análise adimensional [4].

#### 2.3.2 As Camadas Limite

O conceito de Camada Limite introduzido por Prandtl se deu através da divisão do escoamento em duas regiões: as regiões de escoamento externo e interno, sendo a segunda a chamada camada limite, na qual as forças viscosas e a irrotacionalidade não podem ser ignoradas, localizada nas paredes do sólido onde há o escoamento e, é muito fina [3].

Em um escoamento sobre qualquer superfície há manifestação do atrito superficial, tendo como resultante a chamada Camada Limite de Velocidade; e a transferência de calor e de massa por convecção resulta nas Camadas Limite Térmica e Camada Limite de Convecção, respectivamente. Estas camadas se relacionam diretamente ao coeficiente convectivo e, portanto, devem ser compreendidas [5].

#### 2.3.2.1 Camada Limite de Velocidade

Ao considerar um escoamento, quando as partículas em movimento entram em contato com a superfície sobre a qual escoam, elas passam a ter velocidade nula. As partículas que vão assumindo esta velocidade zero influenciam no movimento das partículas adjacentes, de modo que retardam o movimento das mesmas e, isso ocorre em cadeia até o efeito se tornar desprezível, quando a uma distância  $y = \delta$  da superfície. [5] Segue um desenho esquemático de um escoamento sobre superfície plana:



gura 5: Desenvolvimento de Camada Limite de Velocidade para Fluido em Placa Plana [4]

O escoamemto de uma camada de fluido mais rápida sobre uma camada mais lenta provocará uma tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) e, esta é proporcional ao gradiente de velocidade desenvolvido:  $\tau_s = \mu \left. \frac{\partial v(x)}{\partial y} \right|_{y=0}$ , onde v(x) é esta própria velocidade do fluido, variável deste a própria superfície (y=0) ao limite ( $\delta$ ) no qual a velocidade não será mais alterada pelos efeitos viscosos. Esta distância ( $\delta$ )é chamada de Espessura da Camada Limite e aumenta ao longo da orientação (de eixo) x, além de ser comumente definida como a distância y para a qual v(x)=0,99v[4].

#### 2.3.2.2 Camada Limite Térmica

De modo análogo a Camada Limite de Velocidade, a Camada Limite Térmica é caracterizada pelo escoamento de um fluido sobre uma superficie e, há diferença de temperatura entre eles de modo que, aquelas moléculas que entram em contato com a superficie encontram o equilíbrio térmico com a Temperatura Superficial ( $T_s$ ) e, passam a trocar energia em forma de calor com as moléculas subseqüentes de maneira sucessiva. Essas trocas tem por conseqüência um gradiente de temperatura, variável entre a própria temperatura da superfície e a temperatura do fluido. A região em que há esta distinção de temperatura caracterizará a Espessura da Camada Limite Térmica ( $\delta_t$ ), de modo que:  $(T - T_s) = 0.99(T_{\infty} - T_s)$ , onde T é a temperatura local do fluido e  $T_{\infty}$  é a temperatura da corrente livre: [4]



Figura6: Desenvolvimento de Camada Limite Térmica para Fluido em Placa Plana [4]

As condições implicadas por esta camada podem ser diretamente relacionadas ao coeficiente de troca convectiva. Através do princípio de Fourier, é possível obter o fluxo térmico na superfície local (y=0):  $q''_s = -k \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}$ , sendo esta apropriação adequada visto que, como não há movimentação do fluido na superfície, a troca se dará apenas por condução [5].

Combinando o fluxo térmico na superfície com o princípio de Resfriamento de Newton, obteremos:  $h_c = \frac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}}{T_s - T_{\infty}}$ . Nota-se que o coeficiente convectivo e o fluxo diminuem com o aumento da distância x, já que quanto maior a distância ao longo de x, maior a espessura da camada limite e menor o gradiente de temperatura [5].

#### 2.3.2.3 Camada Limite de Concentração

Semelhante às camadas limite de velocidade e térmica, têm-se a Camada Limite de Concentração. Ela representa a existência de um gradiente de concentração quando há diferença entre as concentrações sobre a superfície e a de escoamento, de uma dada espécie. Assim como nas demais camadas, a concentração na superfície influenciará concentrações subseqüentes, a partir do momento em que a transferência de espécie vai sendo mais penetrante na corrente livre, aumentando a espessura da camada limite de concentração ( $\delta_c$ ) ao longo da superfície. Por consequência, percebe-se que o gradiente de concentração provoca a transferência de massa por convecção [5].

Esquematicamente na Figura 7 têm-se a Camada, sendo  $C_{\infty}$  a concentração de uma espécie A qualquer, para a corrente livre:



Figura7: Desenvolvimento da Camada Limite de Concentração para Fluido em Placa Plana [17]

#### 2.4 Análise Adimensional

#### 2.4.1 Definindo a Análise Adimensional

Os parâmetros geométricos e de escoamento representam aqueles aos quais os fenômenos dependem.

Identificar as forças dominantes e, compreender o fenômeno físico mais facilmente se torna possível ao escrever as equações de governo na forma adimensional [6].

A determinação dos grupos adimensionais consiste em se definir a função característica, na qual serão representadas as variáveis de influência. Depois se escolhe o sistema de grandezas fundamentais, geralmente, o "FLT" (F= força; L=comprimento; T=tempo) e, em concordância, há as grandezas derivadas – que expressam combinação das grandezas fundamentais, onde estas serão as bases de um produto de potências, no qual os expoentes representam o grau de dependência a cada grandeza [7].

Esse procedimento para a redução de variáveis dimensionais a grupos menores, conjuntos adimensionais, é conhecido como Teorema Pi de Buckinham e pode ser resumido a seis passos:

I. As n variáveis envolvidas devem ser listadas e contadas;

II. Escolher um sistema a ser adotado e sobre ele dimensionar cada variável envolvida;

III. Determinação do número de Grupos Pi (Grupos Adimensionais);

- Define-se "j" como o número de dimensões envolvidas no problema
- O número de adimensionais será dado por: n j
- IV. Determinar as variáveis repetidas entre as envolvidas no problema;
  - O número de variáveis repetidas será igual a j
  - Todas as variáveis envolvidas (FLT) devem estar contidas nesta escolha
  - Em geral, utiliza aquela com mais dimensões para ser a variável dependente
- V. Obtenção dos termos Pi;
  - A variável dependente será combinadacom as variáveis repetidas, sendo que as repetidas trarão consigo expoentes (a,b,c) que relacionam o grau de dependência
  - A combinação das variáveis deverá ser adimensional de modo que o produto terá como resultado: F°.L°.T°
  - Encontra-se um sistema para cada elemento do sistema de grandeza (FLT) e sua solução irá determinar os expoentes
  - Com os expoentes, escreve-se o grupo encontrado
- VI. Verificação da adimensionalidade;
  - Conferir se o termo Pi encontrado, quando posto às grandezas fundamentais, tem F°.L°.T° [2]

O número adimensional em si, representará a combinação adequada das variáveis que influenciam o fenômeno[7].

#### 2.4.2 A Análise Adimensional na Convecção Térmica

As correlações que são tomadas por base para o estudo da convecção térmica, bem como para os demais fenômenos de transferência de calor e massa, tomam por base a idéia de tornar um problema adimensional a fim de mais fácil compreendê-lo, ao focalizá-lo mediante as variáveis de influência.

São chamadas Analogias as relações estabelecidas para a compreensão e envolvem diversas considerações e hipóteses. Uma das mais conhecidas é a Analogia de Reynolds [12].

O primeiro parâmetro adimensional introduzido no contexto da Convecção Térmica é o número de Reynolds, que descreverá o escoamento como turbulento ou não:

$$Re_x = \frac{\rho . u_{\infty} . x}{\mu}$$
 (III)

Sendo esta equação para placa plana, onde x será seu comprimento característico e, a adoção de  $u_{\infty}$  como velocidade do fluido na corrente livre[4].

Baseando-se no estudo da camada limite de velocidade, é possível supor que haja uma transição entre o regime laminar e o turbulento, chamando este "ponto" de transição  $x_c$ , e ele pode ser determinado através do Número de Reynolds Crítico ( $Re_{x_c}$ ) que tem um valor convencionado a partir da variação aproximada do valor de Reynolds para o ponto crítico, assim:  $Re_x = 5x10^5$  [5].

O Número de Prandtl (Pr) expressa as espessuras relativas entre as camadas limite de velocidade e térmica. Para gases, seu valor é em torno de 1, o que representa uma equidade entre as dispersões da movimentação e do calor, enquanto que Pr<1 (como para metais líquidos) tem-se alta difusividade do calor, e para Pr>1 (como para óleos) tem-se uma camada limite térmica mais fina, congruente à baixa difusividade do calor: [4]

$$\Pr = \frac{v}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{Difusividade \ da \ Quantidade \ de \ Movimento}{Difusividade \ da \ Quantidade \ de \ calor} (IV)$$

A Camada Limite de Velocidade fornece outro importante parâmetro adimensional, o Coeficiente de Atrito Local ( $C_f$ ), que permite determinar o arrasto viscoso: [5]

$$C_f = \frac{\tau_s}{\frac{\rho \cdot u_\infty}{2}}$$

Finalmente, a Analogia de Reynolds relaciona o coeficiente de perda de carga (Coeficiente de Atrito) com o Coeficiente de Troca de Calor por Convecção [12].

Sejam as equações adimensionais das Camadas Limites dispostas no Quadro:

Camada Limita	Fonoção do Concorração		Condições o	Parâmetros de	
Camaua-Limite	Equação de Conservação		Parede	Corrente Livre	Similia rid a de
Velocidade	$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*}=-\frac{\partial p^*}{\partial x^*}+\frac{1}{Re_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$	I	$u^*(x^*,0) = 0$ $v^*(x^*,0) = 0$	$u^*(x^*,\infty) = \frac{u_\infty(x^*)}{V}$	$Re_L = \frac{VL}{v}$
Térmica	$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$	П	$T^*(x^*,0)=0$	$T^*(x^*,\infty)=1$	$Re_L.Pr=\frac{v}{\alpha}$
Concentração	$u^* \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Sc} \frac{\partial C_A^*}{\partial y^{*2}}$	Ш	$C_A^*(x^*,0)=0$	$C^*_A(x^*,\infty)=1$	$Re_L.Sc = \frac{v}{D_{AB}}$

Quadro 2: Equações de Camada Limite na Forma Adimensional. [5] Adaptado

A solução para (I) terá como forma funcional:  $u^* = f(x^*, y^*, Re, \frac{dP^*}{dx^*})$ , onde  $\frac{dP^*}{dx^*}$  representa a dependência em relação a geometria da distribuição de velocidades, pois a distribuição de pressão pode ser obtida com a análise das condições de escoamento na corrente livree esta é diretamente dependente da geometria  $(p^*(x^*))[5]$ .

A Tensão de Cisalhamento poderá assumir a forma:  $\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \left( \frac{\mu V}{L} \right) \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0}$ , de modo que o Coeficiente de Atrito Local será:  $C_f = \frac{\tau_s}{\frac{p \cdot u_\infty}{2}} = \left. \frac{2}{Re} \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0}$ , quando combinado, também, com Reynolds. Chegando, portanto:  $C_f = \frac{2}{Re} f(x^*, Re)$  que estabelece que o Coeficiente de Atrito pode ser escrito em termos de uma coordenada adimensional e Reynolds [5].

Para (II) é possível prever a solução para a forma:  $T^* = f(x^*, y^*, Re, Pr, \frac{dP^*}{dx^*})$ . E, usando as normalizações impostas obteremos para o Coeficiente Convectivo: $h_c = -\frac{k_f(T_{\infty}-T_s)}{L(T_s-T_{\infty})}\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} = +\frac{k_f}{L}\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0}$  e esta equação introduz um parâmetro adimensional: Número de Nusselt [5].

O Número de Nusselt (Nu) será:  $Nu = \frac{hL}{k_f}$ , que relaciona os fluxos convectivos e condutivos no próprio fluido e o comprimento característico da superfície [15].

Ao ser correlacionado ao Coeficiente de Atrito e ao Número de Reynolds:  $C_f \cdot \frac{Re}{2} = Nu$ , para Pr=1, têm-se explicitamente a Analogia de Reynolds, qual fica evidenciado que Nu = f(Re, Pr) [4].

#### 2.5A Transferência de Massa

A troca de massa está diretamente correlacionada à transferência de calor, de modo que todos os cálculos que a envolvem, também, conectam as propriedades dos fluidos e as condições de escoamento.

Tomando por base o princípio do Resfriamento de Newton, para transferência de massa, em termos de concentração molar ela será:  $N_a = h_m A_s (C_{A,s} - C_{A,\infty})$ . Onde  $N_a$  é o fluxo molar [5].

Tal equação virá a representar o fluxo mássico de uma espécie quando multiplicar-se a equação em ambos os lados pela massa molar, que é o objeto de estudo ao caso [5].

$$\dot{m} = h_m A_S (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) (V)$$

Sendo necessária a determinação das concentrações mássicas ( $\rho$ ), estas poderão ser feitasatravés da consideração de equilíbrio termodinâmico, de modo que as temperaturas assumidas pelas concentrações de fluido são iguais àqueles da corrente livre e da superfície. Além disso, será considerado o estado de saturação, no qual a densidade estará bem aproximada empiricamente, e as considerações sobre Pressão e Temperatura permitem a determinação das umidadesabsolutas/específicas presentes [4].

Tomadas estas considerações, é plausível reescrever o princípio do Resfriamento de Newton [4]:

$$\dot{m} = h_m A_S \rho \left( w_{A,S} - w_{A,\infty} \right) (VI)$$

Pois  $\rho_{A,s} = \rho. w_{A,s} e \rho_{A,\infty} = \rho. w_{A,\infty}$ 

Semelhante ao Número de Prandtl, para as condições da Camada Limite de Concentração, há o Número de Schmidt, que relaciona a difusividade da quantidade de movimento com a própria difusividade de massa e, da mesma forma, quando seu valor é de aproximadamente 1, isto implica que é equiparada a transferência de massa frente ao movimento molecular, de modo que as camadas limite de velocidade e de concentração também apresentam espessura equivalente[4].

$$Sc = \frac{v}{D} = \frac{Difusividade \ da \ Quantidade \ de \ Movimento \ (Viscosidade)}{Difusividade \ mássica};$$

Sendo o Número de Schmidt (Sc), por definição, expresso em termos da Difusividade Mássica e esta uma função de propriedades químicas das moléculas:

$$D = \frac{k'.T}{6\pi r\mu}$$
, onde:

- k' é a constante de Boltzmann [1,36x10<sup>-1</sup> ergs/K]
- T é a temperatura absoluta
- r o raio da partícula de soluto
- viscosidade do solvente [19]

Sendo  $v = \frac{\mu}{\rho}$ , se pode escrever o Número de Schmidt como:

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D}$$
 (VII)

Relacionando os adimensionais Prandtl e Schmidt e, por conseqüência, as difusividades térmica e mássica, surge o adimensional conhecido como Número de Lewis (Le). Logo, ele estabelece a relação existente entre as camadas limite térmica e de concentração e é importante a situações em que se tem transferência simultânea de calor e massa [4,5].

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha}{D}$$
 (VII)

Interpretando via a relação das espessuras das camadas limite, têm-se que os adimensionais são, assim, relacionados:

$$Pr^{n} = \frac{\delta}{\delta_{t}}Sc^{n} = \frac{\delta}{\delta_{c}}Le^{n} = \frac{\delta_{t}}{\delta_{c}}$$

Sendo n=1/3 razoável para a maioria das aplicações. Entretanto, para regimes turbulentos essas relações não serão amplamente aplicáveis, pois o regime pode influenciar no processo de difusão [4].

Em paralelo a representatividade do Número de Nusselt tem-se o Número de Sherwood, que relaciona o coeficiente de transferência de massa com a difusividade mássica e o comprimento característico da superfície de interação: [4]

$$Sh = \frac{h_m L}{D}$$
 (IX)

Este adimensional equivale à efetividade da transferência de massa [4]. Isto quer dizer que este adimensional relaciona o quanto de massa exatamente é transferido em relação a quanto poderia ser transferido dado uma característica inerente às moléculas dos fluidos, com a consideração da geometria envolvida no processo.

Estabelecidos tais adimensionais, é possível assegurar a eminente relação entre transferência de calor e transferência de massa.

Caso o Número de Lewis seja 1, como é aproximadamente para o ar úmido, as camadas limite térmica e mássica estão equalizadas de modo que são diretamente proporcionais, como proposto por Lewis em 1922, endossando a proposta de Carrier (1911), que não pode chegar a este adimensional = 1.

Portanto, caso já estejam determinados os valores para a transferência de calor, os para transferência de massa podem ser obtidos a partir deles: [5]

$$\frac{Nu}{Pr^n} = \frac{Sh}{Sc^n} \to \frac{\frac{hL}{k}}{Pr^n} = \frac{\frac{h_mL}{D}}{Sc^n} \to \frac{h}{h_m} = \frac{k}{D.Le^n} = \rho.C_p.Le^{(1-n)}$$

Abaixo, segue uma Tabela com um resumo das principais correlações utilizadas para transferência de massa:

Name	Symbol	Dimensionless Group
Reynolds number	Re	$\frac{v_{\infty}\rho L}{m} = \frac{v_{\infty}L}{m}$
Sherwood number	Sh	$\frac{\mu}{\frac{k_c L}{D}}$
Schmidt number	Sc	$\frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \frac{\nu}{D_{AB}}$
Lewis number	Le	$\frac{\alpha}{D_{12}} = \frac{k}{\alpha c D_{12}}$
Prandtl number	Pr	$\frac{v}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k}$
Peclet number	Pe <sub>AB</sub>	$\frac{v_{\infty}L}{D_{\infty}} = \text{Re Sc}$
Stanton number	St <sub>AB</sub>	$\frac{b_{AB}}{k_c}$
Grashof number	Gr	$L^3 \rho g \Delta \rho$
Mass transfer j-factor	j <sub>D</sub>	$\frac{\mu^2}{\frac{k_c}{m}(Sc)^{2/3}}$
Heat transfer j-factor	јн	$\frac{\frac{v_{\infty}}{h}}{(Pr)^{2/3}}$

Tabela 3: Principais Adimensionais para Transferência de Massa [20].

Como foi possível observar, a transferência de massa é influenciada diretamente por características geométricas, propriedades do fluido e do escoamento. Em destaque está o parâmetro da Difusividade Mássica.

Dá-se destaque ao fato de que o próprio meio de ocorrência influencia diretamente nesse parâmetro. Abaixo aTabela 4 de difusividade de alguns fluidos quando ao ar e, para comparativo, no Anexo III segue uma continuidade da mesma Tabela com valores de difusividade em outros meios:

System	<i>T</i> (K)	$D_{AB}P(\text{cm}^2 \text{ atm/s})$	DABP(m <sup>2</sup> Pa/s)
Air			
Ammonia	273	0.198	2.006
Aniline	298	0.0726	0.735
Benzene	298	0.0962	0.974
Bromine	293	0.091	0.923
Carbon dioxide	273	0.136	1.378
Carbon disulfide	273	0.0883	0.894
Chlorine	273	0.124	1.256
Diphenyl	491	0.160	1.621
Ethyl acetate	273	0.0709	0.718
Ethanol	298	0.132	1.337
Ethyl ether	293	0.0896	0.908
Iodine	298	0.0834	0.845
Methanol	298	0.162	1.641
Mercury	614	0.473	4.791
Naphthalene	298	0.0611	0.619
Nitrobenzene	298	0.0868	0.879
n-Octane	298	0.0602	0.610
Oxygen	273	0.175	1.773
Propyl acetate	315	0.092	0.932
Sulfur dioxide	273	0.122	1.236
Toluene	298	0.0844	0.855
Water	298	0.260	2.634
Ammonia			
Ethylene	293	0.177	1.793
Argon			
Neon	293	0.329	3.333
Carbon dioxide			
Benzene	318	0.0715	0.724
Carbon disulfide	318	0.0715	0.724
Ethyl acetate	319	0.0666	0.675

Tabela 4: Valores para a Difusividade de Certos Fluidos ao Ar [20].

Em complemento ao estudo da análise adimensional e adotando os conceitos da Analogia de Reynolds, se torna possível obter correlações para os adimensionais até aqui descritos. A exemplo, para transferência de calor o Número de Nusselt pode ser expresso como:  $Nu = f(Re, Pr) \rightarrow Nu = a. (Re^b - A). Pr^c$ ;

onde A, a, b e c são constantes que dependem da geometria e outras condições de escoamento.

Sendo o Número de Sherwood equivalente ao de Reynolds, para transferência de massa, e o mesmo sendo válido relacionando Prandtl e Schmidt, análogo a isso é possível determinar o Número de Sherwood:

 $Sh = f(Re, Sc) \rightarrow Sh = a. (Re^{b} - A). Sc^{c}$ , valendo as mesmas considerações do anterior.

Portanto, encontra-se correlações análogas aquelas obtidas para a transferência de calor, para a transferência de massa. Seja I válida em um Regime Laminar ( $Re_L < 5 \times 10^5 e Sc > 0,6$ ) e II válida para um Regime Turbulento: [12]

- I.  $Sh_T = 0,664Re_L^{1/2}.Sc^{1/3}$  (X)
- II.  $Sh_T = (0.037Re_L^{4/5} 871).Sc^{1/3}$  (XI)

## **3. METODOLOGIA**

A fim de se alcançar o objetivo proposto durante a elaboração do presente projeto, foi elaborado um protótipo para o levantamento de parâmetros e cruzamento de dados necessários para a descrição de fenômenos de transferência forçada de massa. Utilizou-se o tão recorrente auxílio computacional e análise numérica do mesmo fenômeno, além de uma modelagem padrão de resolução a questões relacionadas ao fenômeno, o que se remete ao modelo teórico-didático. Dessa forma, a metodologia requerida para tal estudo consiste em 3 etapas:

- I. Desenvolvimento do programa de análise
- II. Elaboração do protótipo para realizar testes de bancada
- III. Truncamento dos dados obtidos, subordinando o protótipo à modelagem matemática

#### 3.1 Desenvolvimento do modelo numérico

A fim de obter a previsão teórica-matemática dos resultados da transferência de massa, nas mesmas condições às quais o protótipo foi exposto, conforme descrito na seção 3.2, foi utilizado o software Matlab. O programa foi desenvolvido baseado na literatura disponível [18] e, segue em Anexo I.

Em seu corpo principal, o programa implementa soluções numéricas dotado do algoritmo do tipo Runge-Kutta. A Equação Diferencial que rege a dinâmica do escoamento será abordada em base de sua distribuição a cada coordenada.

A dinâmica da velocidade do fluido (v) nas coordenadas x e y sofre uma transformação, de modo a ser cumprimida através de uma variável de similaridade (n), chamada de "ETA" no programa. Esta variável relaciona a semelhança de variação no eixo y, em relação a distância percorrida em x,ou seja, $\eta = \eta(x, y)$ . Essa dependência de variação está ilustrada naFigura 8.



Figura8:Variação de u em y ao longo de x, em que x representa a distância analisada a partir da borda de ataque da placa [18]

Portanto, com a adoção da variável de similaridade, a dinâmica de escoamento antes bidimensional, terá sua avaliação de maneira unidimensional.

De modo implícito esta variável ETA expressa a condição de tempo para decaimento de concentração do fluido na placa, visto que nela se faz presente uma correlação ao Número de Reynolds que, objetivamente, depende da velocidade da corrente livre.

A opção à análise por software foi de seguir os números de Schmidt experimentados no referencial adotado [18] e, posteriormente, comparar este referencial ao valor do adimensional – por definição.

Ao caso do parâmetro de injeção da matéria (fp), adotam-se valores de fp tal qual descritos no referencial. Para o caso de fluidos pouco voláteis, como a água, fp=0 pois a situação do experimento (Condições Normais de Temperatura e Pressão) e a característica do fluido utilizado é congruente à condição particular que torna isto válido [18].

Por outra via, o fator de injeção de matéria para fluidos voláteis (como o caso do álcool e da gasolina) implicará em valores de fp negativos – no caso será adotado fp=-0,5. A situação para tal característica de fluido se assemelha a um caso de evaporação, ou seja, haverá injeção de matéria na corrente livre [18].

O programa será simulado para todos os fluidos nos dois parâmetros (fp=0 e fp=-0.5), porém, deve ser ressaltado que o mais assertivo seria adotar para a água fp=0 e para álcool e gasolina, fp=-0.5. O objetivo da simulação com ambos os fatos para todos os fluidos é a tentativa de evidenciar a influência do parâmetro nas condições de avaliação da troca de massa convectiva, expressa no decaimento do soluto.

Os demais parâmetros (tolerâncias, iterações admitidas, entre outros) seguem o programa base, que os impôs após inúmeros experimentos que validaram seu uso. A saber, as iterações se reduziram de 10 para 6 devido à convergência do programa. Iterações adicionais foram desnecessárias à convergência do modelo.

Tendo em vista que o modelo numérico se constitui sob uma perspectiva adimensional, as características particulares de cada fluido são relativizadas por variáveis de similaridade. Assim, fluidos de um mesmo "segmento" (entende-se por segmento, neste caso, pouco voláteis ou voláteis) apresentarão comportamento padronizado, logo, um mesmo gráfico.

No Anexo II está declarado o programa adotado para os cálculos do presente projeto, nos quais as devidas adaptações foram feitas sobre o programa base (Anexo I).

#### 3.2 Elaboração do protótipo para realizar testes de bancada

A bancada experimental que se firma como protótipo do projeto é constituída por:

- a) Meio Plano (Placa de Vidro MA e MB) Abordagem matemática semi-infinita bidimensional
- b) Excitador de corrente livre forçada para troca convectiva (Ventilador VA e VB)

#### 3.2.1 Bancada A

A ideia inicial para a bancada do projeto seria construir um protótipo com um motor ventilador de geladeira, acionado por bateria, e uma placa de vidro em menores dimensões, evidenciados nas Figuras a seguir:



#### Figura9a:MA (Bancada A)

#### Figura9b:VA (Bancada A)

O teste preliminar, usando a água como o fluido base de teste, evidenciou uma série de problemas apresentados pela resolução proposta.

A excitação da corrente livre através do motor ventilador, tanto para a bateria de 9V, quanto para as de 12V ou 20V, se mostrou insuficiente para atingir a proposta de convecção mássica forçada baseada no diferencial de concentração; a velocidade de corrente atingida em ambos os casos foi baixa demais para forçar o encontro e consequente equilíbrio entre as concentrações, de modo que a transferência ocorreu de maneira muito lenta, não se podendo observar a formação da camada limite de concentração e, dado o longo tempo para o decaimento de concentração na placa, confere-se a este protótipo uma dependência de um estudo adicional da camada limite térmica.

A placa de vidro (MA) se mostrou uma opção adequada ao projeto quanto aos apontamentos de que o atrito gerado entre o fluido e a superfície poderia impactar diretamente nos dados do projeto, ao comprometer o escoamento, entretanto, o uso da mesma em dimensões reduzidas (aproximadamente 15cmX15cm) foi negativo ao passo que, quando a corrente livre começa a escoar sobre o filme, em maiores velocidades, parte das moléculas de fluido sobre um deslocamento em relação a sua posição inicial, antes de propriamente ser levado a uma condição de entrar em equilíbrio de concentração. Assim sendo, o menor MA não garantia que o filme de fluido fosse comportado durante toda a fase de excitação e escoamento.

#### 3.2.2 Bancada B

A fim de superar os problemas apresentados nos primeiros testes, concluiu-se que era necessária uma corrente livre de velocidade bem mais alta e uma placa de vidro que transpusesse as questões do deslocamento de fluido ao se deparar com as forças impostas pela corrente.

Para a placa, a medida instantânea foi maximizar suas dimensões (21cm x 16,5cm) mas, também, priorizou-se uma placa com acabamento nas extremidades. Tal acabamento favoreceu a um "não-escorregamento" do fluido ao longo do período de troca convectiva, eliminando dos erros do experimento a perda de massa de fluido por tal situação.

Para a corrente livre, a obviedade de se obter uma excitação maior foi alcançada quando se utilizou um Ventilador B (secador de cabelo) com velocidade superior ao Ventilador A. Como o secador dispõe de mais de uma opção de velocidade, convencionou-se a utilizar a mais baixa pois ela proporcionou uma visão mais ampla e detalhada da própria troca mássica por convecção forçada, já que ficou delineada a camada limite de concentração e o decaimento de concentração de fluido foi razoável frente ao próprio tempo. O regime transiente é relevante para a função termo dependente.

Segue abaixo a Figura 10a, que representa o destaque a este acabamento da placa e a Figura 10b com as especificações técnicas do secador.



(a) (b)

Figura10a:Acabamento da Placa de Vidro utilizada Figura10b:Especificação do Secador de Cabelo Adotado Outro ponto de destaque consiste no fato de tanto fluido quanto corrente livre se encontrarem em uma mesma temperatura ambiente de ensaio, o que minimiza o gradiente de temperatura, reduzindo a camada limite térmica, o que tornaria a distorção do ensaio aumentada, já que o projeto não engloba considerações de temperatura, em seu escopo principal.

Os instrumentos utilizados nas medições dos parâmetros foram:

- 1) Anemômetro
- 2) Higrômetro
- 3) Termômetro

E são evidenciados nas figuras abaixo:



Figura11: Anemômetro cedido pelo Departamento de Meteorologia



Figura12:Termômetro

Figura13:Higrômetro

SegueFigura da Bancada B:



Figura14: Montagem básica da bancada

Para manter-se um padrão sobre volume de fluido fixado sobre a placa, utilizou-se o seguinte recipiente cilíndrico (receptor) com 8 ml, visto na Figura:



Figura15:Recipiente cilíndrico utilizado como padrão

### **4. RESULTADOS**

Neste capítulo, foram expressos os resultados obtidos com as vias de trabalho e cada qual foi comparado e analisado a fim de aferir a precisão e veracidade dos resultados.

O Projeto está baseado na ideia de comparar a situação simulada do software com o protótipo. Além da medida direta de Concentração x Tempo do protótipo, será feito um cálculo baseado na literatura a fim de confirmar a validade da Análise Dimensional.

#### **4.1 Resultados Experimentais**

Realizado no Laboratório de Mecânica dos Fluidos (LAMEF) do CEFET/RJ, a Bancada B já descrita foi posta na condição de experimentação com os fluidos: água, álcool e gasolina.

Durante toda a execução, os parâmetros psicométricos de Temperatura e Umidade Relativa do Ar se mantiveram inalterados, não sendo um fator de influência para variações no decorrer dos mesmos. As medições encontraram Temperatura em aproximadamente 26°C e Umidade Relativa do Ar em 75% como explicitado no Quadro a seguir:

Quadro 3: Umidade Relativa e Temperatura na Experimentação

Umidade Relativa do Ar	75%
Temperatura	26°C

Além disso, a utilização de um mesmo ventilador para ambos os fluidos, conferiu ao experimento uma corrente livre de velocidade constante. Como já citado anteriormente, a opção foi utilizar a mais baixa delas (5,8 m/s) a fim de evitar o deslocamento de parte da massa de fluido para fora da placa devido ao início da excitação. Abaixo Quadro das medições de velocidade conferidas pelo Anemômetro:

Quadro 4: Velocidades Medidas no Anemômetro para Posições I e II do Ventilador

Medições no Anemômetro	Velocidade (m/s)
Posição I	5,8
Posição II	7,4

Já tendo sido citado, uma questão importante sobre a montagem da bancada está relacionada ao deslocamento das partículas de fluido no momento em que o ventilador é ligado. Entretanto, apenas a adoção da velocidade mais baixa do secador não foi suficiente

para extinguir esta problemática, desta forma, a distância do ventilador a placa foi o fator possível de ser alterado fluido a fluido e capaz de reverter o problema.

#### 4.1.1 Dos Resultados Para a Água

Para cada fluido adotado houve uma adaptação da distância entre o ventilador e a placa de vidro, no caso da água, a distância entre eles foi fixada em 17 cm. Com esta medida, o deslocamento inicial da massa de água não acarretou a saída do meio e, por conseqüência, a alteração nos resultados obtidos.

O tempo de secagem que toda água na placa foi de 01h04min, de modo que foi possível calcular a taxa de transferência de massa alcançada no protótipo.

Da Tabela 1 é possível obter a densidades dos respectivos fluidos e, por conseguinte, calcular a massa pelo volume empregado no recipiente padrão (Figura 15).

$$m = \rho x V = 998 x (8x10^{-6})$$
  
m = 7,98 x 10<sup>-3</sup>kg ou m = 7,98 g

O valor da massa utilizada, dividido pelo tempo de decaimento da concentração fornece diretamente a taxa de transferência de massa:

$$\dot{m} = \frac{m}{t} = \frac{7,98g}{64min}$$
$$\dot{m} = \frac{2,08 \ x \ 10^{-3} \ g}{s}$$

### 4.1.2 Dos Resultados Para o Álcool

Para o ensaio com o álcool, a distância entre o ventilador e a placa de vidro foi fixada em 32 cm, evitando o comprometimento dos resultados pela saída do fluido do meio quando iniciada a excitação pela corrente livre. A maior distância em relação a água está congruente ao esperado, já que o álcool seria um líquido menos denso.

O tempo para a secagem de todo álcool na placa foi de 28min e, assim como para a água, é possível calcular a taxa de transferência de massa alcançada no protótipo.

Buscando na Tabela 1 o valor da densidade para o Álcool-Etanol ( $\rho = 789kg/m^3$ ), e em posse do volume utilizado no experimento, é encontrada a massa de água utilizada no experimento:

$$m = \rho x V = 789 x (8x10^{-6})$$
$$m = 6,31 x 10^{-3} kg ou m = 6,31 g$$

O valor da massa utilizada, dividido pelo tempo de decaimento da concentração fornece diretamente a taxa de transferência de massa:

$$\dot{m} = \frac{m}{t} = \frac{6,31g}{28min}$$
$$\dot{m} = \frac{3,76 \times 10^{-3}g}{s}$$

#### 4.1.3 Dos Resultados Para a Gasolina

Novamente se fez necessário readequar a distância entre o secador e a placa de vidro, desta vez sendo esta fixada em 27cm. E, levando em conta a densidade do fluido, era esperada uma distância maior que a da água, como comprovado, mas seria este o fluido mais distante, fato que não se comprovou.

O tempo decorrido para a total transferência do filme de fluido foi de 28min35seg e, análogo aos demais fluidos, é possível calcular a taxa de transferência de massa alcançada no protótipo.

Buscando na Tabela 1 o valor da densidade para a Gasolina ( $\rho = 680 kg/m^3$ ), e em posse do volume utilizado no experimento, é encontrada a massa de água utilizada no experimento:

$$m = \rho x V = 680 x (8x10^{-6})$$
$$m = 5,44 x 10^{-3} kg ou m = 5,44g$$

O valor da massa utilizada, dividido pelo tempo de decaimento da concentração fornece diretamente a taxa de transferência de massa:

$$\dot{m} = \frac{m}{t} = \frac{5,44g}{28min35seg}$$
$$\dot{m} = \frac{3,15 \ x \ 10^{-3}g}{s}$$

#### 4.1.4 Observações Comparativas durante a Secagem

Ao se depositar cada um dos fluidos na placa para sua respectiva experimentação, observou-se que a água manteve uma área superficial de espalhamento menor, com um filme de fluido maior (cerca de 4mm), enquanto que álcool e gasolina apresentaram maiores espalhamentos, o que impactou diretamente na espessura de filme na placa, gerando filmes de aproximadamente 3mm e 2mm, sucessivamente.

Infelizmente, não foi possível ser realizada uma medição das respectivas áreas de soluto na placa para cada um dos fluidos devido a limitações nas condições de obtenção de

imagens e medições de certos parâmetros. As imagens feitas dos solutos na placa não foram capazes de destacar e/ou diferenciar as áreas formadas, para que posteriormente fosse feita uma medição.

Durante a secagem, os fluidos demonstraram diferentes modos. A água seguiu uma situação diretamente proporcional ao distanciamento do fluido em relação ao eixo x (horizontal), ou seja, a concentração de fluido mais próxima ao ventiladorsofreu primeiro o impacto da interação com a corrente livre e, por conseqüência, a transferência de massa ocorreu primeiro.

Diferentemente, o álcool manteve uniformidade na secagem, entretanto, o decaimento de concentração se deu, em primeira instância, através de uma redução de espessura no filme (ou seja, em relação ao eixo y – vertical) e, posteriormente, seguiu o padrão da água de ocorrer congruente ao distanciamento sobre o eixo x.

A gasolina, em via oposta aos demais, não manteve uniformidade durante a secagem de modo que ocorreu acumulo de fluido localizado ao longo do decaimento de concentração, sem seguir nenhuma lógica direta em relação aos eixos de escoamento. Outro fator de destaque foi a notória diferença entre a taxa de transferência de massa na primeira e na segunda metade do processo. Quando restava uma pequena porção (poça) de fluido para a secagem – apesar de, para efeitos de cálculos, adotarmos uma taxa constante, a porção final de gasolina teve uma secagem muito mais demorada, se comparada ao decorrer do processo.

Antes do início doexperimento, todos os três fluidos foram pesados em uma balança. Um mesmo volume (25ml) deles foi colocado sobre a balança e o valor de massa obtido, dividido pelo volume adotado, seria referenciado a uma orientação de densidade dos mesmos. Apesar de não adotado em cálculos, os valores obtidos foram iguais para os 3 fluidos; todos marcaram na balança 0,08kg e, descontado a massa do recipiente usado (0,06kg) foi possível estabelecer as hipotéticas densidades aproximadas: 0,08kg/m<sup>3</sup>. Tal resultado não exprime com exatidão as densidades dos fluidos trabalhados pois não houve diferenciação entre eles, porém, confirma a proximidade existente entre as densidades dos mesmos e, esta não poderia ser tarada em uma balança que não fosse de alta precisão e para valores tão baixo de massa, como o caso da utilizada. Abaixo uma Figura para ilustrar a pesagem realizada:



Figura16: Medições na Balança

Um importante fator observado para ambos os fluidos foi a formação das camadas limite assim que iniciada a ação da corrente livre. Obviamente, se detinha conhecimento para tal, entretanto, com as devidas limitações do protótipo, não era esperado se ter de modo tão explicito a delimitação das mesmas. Na Figura17 a seguir,é destacado um quadro da filmagem do experimento para a água e, através do auxílio computacional, foi demarcada a formação da camada limite:



Figura17:Formação de Camada Limite durante a experimentação para a água

#### 4.2 Resultados Numéricos

Objetivando uma análise mais completa do fenômeno proposto, se teve por indicação compilar duas versões do programa na linguagem MATLAB. A alteração existente entre elas se expressa no parâmetro de injeção (fator fp) adotado.

Através do código é possível perceber, como já citado, que o programa é adimensionalizado, não contemplando particularidades dos fluidos e se é mantida uma mesma representação gráfica do decaimento de concentração de soluto para todo e qualquer fluido que possa ser ensaiado, mediante a uma mesma caracterização quanto a volatilidade do líquido.

O fato supracitado vai de encontro à dependência do programa em relação ao Número de Schmidt e do parâmetro de sucção ou injeção (fp). Sendo o primeiro capaz de alterar as concentrações gerais (de soluto na placa e na corrente livre) e o segundo um parâmetro que define a "intenção" de transferência de massa.

Caso o parâmetro fp fosse declarado um número positivo, seria estudada uma situação na qual a corrente injetaria massa no soluto – sucção de matéria – e, caso fosse um número qualquer menor que 0 – conforme há neste estudo – a situação se remeteria a uma evaporação de soluto, com este mudando de fase para se equiparar, em termos de concentração, à corrente, ou seja, líquidos voláteis.

O parâmetro para líquidos caracterizados numa situação intermediária de volatilidade, como a água, deve ser declarado zero devido. Se adota tal valor para o parâmetro para que o programa se isente de uma imposição direta à sequência de sucessão de valores de concentração para corrente e soluto. Ou seja, o programa trabalhará sob a difusividade da água, por exemplo, no ar e a saída gráfica nos evidenciará o preterido decaimento de concentração de soluto na placa.

Assim sendo, é possível depreender que mesmo todos os líquidos sendo experimentados no programa com ambos os parâmetros de injeção (fp=0 e fp=-0.5), teoricamente, o mais adequado para uma situação prática/real seria para os voláteis a adoção do -0.5como valor e, para os que não se caracterizaram quanto a volatilidade (água) a adoção do valor 0.

Abaixo tem-se, sequencialmente, o retorno gráfico para o programa quando adotado o parâmetro de injeção (fp) igual a 0 e -0.5, representado pela Concentração Adimensional de Soluto x Variável de Similaridade,quando o programa é experimentado para os valores de Sc obtidos para cada fluido estudado.

Para a experimentação do programa com valores reais de Sc para cada fluido é preciso o cálculo dos valores reais do Número de Schmidt. Para tal, são utilizadas as Tabelas contidas neste trabalho para os valores de Viscosidade dinâmica ( $\mu$ ), de densidade ( $\rho$ ) - Tabela 1 - e da Difusividade – Tabela 4. No Quadro 5 abaixo são apresentados os valores encontrados para o Número de Schmidt:

					Sc
Fluido	и	0	D(cm <sup>2</sup> atm/s)	$D(m^2 atm/s)$	$\left(\frac{\mu}{\rho D}\right)$
Água	1,00E-03	998	0,26	2,60E-05	3,85E-02
Álcool	1,20E-03	789	0,132	1,32E-05	1,15E-01
Gasolina	2,92E-04	680	0,0602	6,02E-06	7,13E-02

Quadro5:Número de Schmidt teórico para os fluidos avaliados neste estudo nas CNTPs

Abaixo, nas Figuras 18 e 19, seguem-se os retornos gráficos para a experimentação do programa com os valores de Sc calculados anteriormente:



Figura18:Concentração Adimensional de Soluto x Variável de Similaridade (fp=0)



Figura19:Concentração Adimensional de Soluto x Variável de Similaridade (fp=-0.5)

Analisando os gráficos, nota-se que o parâmetro de injeção ou sucção adotado para a análise do problema se torna inexpressivo quanto a sua influência no fenômeno.

Destaca-se que o programa, para os casos, supõe uma inclinação gráfica de 0.27 e essa inclinação proposta é associada ao coeficiente de transferência de massa, mediante ao retorno à Lei do Resfriamento de Newton – adaptada a transferência de massa (Equação V).

É possível observar que para líquidos mais voláteis é esperada uma maior taxa de transferência de massa. Ou seja, curvas mais agressivas no gráfico para o encontro de estabilidade com a corrente livre (secagem total do soluto). Fica evidente, também, que o tempo para esta estabilização será menor, o que se expressa implicitamente no "ETA" – fator com a componente velocidade, portanto, relacionado ao tempo de decaimento da concentração.

Destaca-se, também, que o decaimento para a água demonstra uma expressão quase retilínea na solução gráfica, o que era esperado mediante ao rotineiro conhecimento sobre tal fluido.

A fim de constatar se o parâmetro de injeção (fp) poderia, ou não, ser determinante no estudo de algum hipotético fluido, alteraram-se os valores empregados para o Número de

Schmidt, de modo arbitrário. Escolheram-se valores nos quais Sc seria maior que os já experimentados, visto que os obtidos neste estudo foram relativamente baixos.

Para esta análise, com adoção de valores 0 e -0.5 para o parâmetro de injeção, são encontradas as seguintes respostas gráficas, apresentadas nasFiguras20 e 21:





Figura20:Concentração Adimensional de Soluto x Variável de Similaridade (fp=0) para Sc

com valores reais.



Figura21:Concentração Adimensional de Soluto x Variável de Similaridade (fp=-0.5) para Sc com valores hipotéticos.

Analisando as respostas gráficas com a variação do Número de Schmidt foi possível perceber que apesar de não expressar uma mudança significativa aos olhos, a variação do parâmetro de injeção provoca alteração no estudo da transferência de massa e esta pode ser determinante pois não necessariamente são implicações de grande fluxo as possíveis de análise – como é o caso do presente estudo. Vale ressaltar que o desvio se torna cada vez mais à medida que Sc é maior, fato que é pertinente visto que maiores valores de Sc serão obtidos para fluidos mais viscosos.

#### 4.3 Resultados Teóricos

Os resultados obtidos através do embasamento teórico servem como comparação com os modelos experimental e numérico para o estudo de fenômenos reais.

#### 4.3.1 Resumo do Desenvolvimento dos Cálculos

Utilizando os mesmos parâmetros observados no ensaio com o protótipo, o processo experimental foi calculado teoricamente. A seguir será descrito o raciocínio utilizado para a obtenção dos resultados, baseados na modelagem teórica:

• Primeiro é necessário calcular o número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu}$$

Sendo tais parâmetros todos em relação ao soluto na placa e, seja V a velocidade da corrente livre.

- Em sequência, defini-se a condição do escoamento (Turbulento, Laminar) e a partir disso é feita uma busca de correlações para os valores do Número de Sherwood.
- Através dos passos anteriores é possível obter o Número de Sherwood e, a partir dele, determina-se o coeficiente convectivo de troca de massa.
- A partir do coeficiente encaminha-se a determinação do Fluxo Mássico.

#### 4.3.2 Os Cálculos

A orientação supracitada do desenvolvimento dos cálculos requer uso de dados depreendidos da bancada experimental. Para tal, serão estes recapitulados no Quadro a seguir:

	Velocidade da Corrente Livre	5,8 m/s	
	Comprimento da Placa de Vidro	0,21 m	
Número	Água	3,85E-02	
de	Álcool	1,15E-01	
Schmidt	Gasolina	7,13E-02	
Viscosidade	ρ	1,66 kg/m <sup>3</sup>	
do	μ	2,24E-5 N.s/m <sup>2</sup>	
Ar	ν (μ/ρ)	1,3E-5 m <sup>2</sup> /s	

#### Quadro6: Dados para Cálculos

O Número de Reynolds para o experimento será:

$$Re_L = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} = \frac{5.8 \times 0.21}{1.3 \times 10^{-5}} = 9,03 \times 10^4$$

Como  $Re_L < 5 \times 10^5$  tem-se um Regime Laminar. Assim sendo a correlação escolhida para o Número de Sherwood será a Equação X.

O valor de Sherwood deverá ser calculado para cada um dos fluidos.

Serão obtidos resultados com os quais é possível calcular o coeficiente de transferência de massa para cada um deles através da definição direta do Número de Sherwood:

$$h_m = \frac{Sh \ x \ D}{L}$$

E, com esta informação, estima-se o fluxo mássico. No caso específico a esta análise, o fluxo mássico será expresso por unidade de área por conta da limitação em determinar a área para cada um dos fluidos – não foi possível precisar a área por eles ocupada durante os experimentos.

Por mais uma vez, retoma-se a adaptação do princípio do Resfriamento de Newton (Equação V) para a troca convectiva de massa.

Seja considerada a concentração final como 0, já que o experimento levou à secagem total do fluido na placa, se faz necessário recapitular a concentração inicial de fluido na placa:

- 1. Para Água: 7,98g
- 2. Para Álcool: 6,31g
- 3. Para Gasolina: 5,44g

Sendo razoável a unidimensionalização do problema, o fluxo mássico será expresso por unidade de comprimento.

Abaixo, um Quadro resumo dos valores obtidos para cada um dos fluidos nos passos descritos anteriormente:

Fluido	Número de Sherwood	Coeficiente de Transf. De Massa - hm (m/s)	Fluxo Mássico - m/L (g/m)
Água	6,53E+01	8,09E-03	1,36E-02
Álcool	9,41E+01	5,92E-03	7,84E-03
Gasolina	8,02E+01	2,30E-03	2,63E-03

Quadro 7: Resultados Teóricos de Alguns Parâmetros

Para fins didáticos de análise, supondo uma proporcionalidade direta com a transferência de massa à velocidade da corrente livre, torna-se viável a obtenção de um fluxo mássico em gramas por segundo, ao multiplicar-se o fluxo obtido acima pela velocidade da corrente. Assim sendo:

- 1. Para Água:  $\dot{m} = 7,86x10^{-2} g/s$
- 2. Para Álcool:  $\dot{m} = 4,55x10^{-2} g/s$ 
  - 3. Para Gasolina:  $\dot{m} = 1,52x10^{-2} g/s$

#### 4.4Análise dos Resultados

A iniciar-se a análise propriamente dita de todo o percurso de desenvolvimento do presente projeto de conclusão de curso, expressa-se noQuadro8 os valores de fluxo mássico obtidos para o protótipo de modo direto e os obtidos a partir da base teórica:

	Protótipo	Teórico	
	Fluxo Mássico		
Água	2,83E-3 g/s	7,86E-2g/s	
Álcool	3,76E-3 g/s	4,55E-2g/s	
Gasolina	3,15E-3 g/s	1,52E-2g/s	

Quadro8: Comparativo de Fluxos Mássicos

A primeira observação diretamente depreendida do Quadro comparativo é a diferença dos fluxos obtidos. Obviamente, ao se assumir que a velocidade do fluido na placa para transferência de massa seria igual à velocidade da corrente livre, causou-se uma distorção nos valores pois nada indica a conexão direta entre esses dados.

Além disso, assume-se que essa "velocidade teorizada" de transferência de massa seria constante, o que já é possível presumir ser um erro para condições reais, já que ao analisar o escoamento no protótipo os fluidos foram diminuindo a transferência ao atingir níveis mais baixos de concentração. Em adicional, também há a questão não contemplada nos cálculos teóricos até aqui expressos em relação a umidade do ar – que será posteriormente comentada.

Através deste Quadro fica nítido que a distorção entre os valores de fluxo da gasolina e do álcool, seguindo o modelo teórico de cálculo (66%) deveria ser muito maior que o verificado (16%). Porém, a gasolina utilizada no projeto foi a comercializada nos postos de gasolina e, quando vendido para uso em veículos automotivos, a gasolina é repleta de aditivos que prometem melhora de performance, limpeza do motor, entre outras melhorias.

Além disso, a gasolina comercializada, por lei, deve conter um percentual de etanol (27%) pois os motores já oferecerem tecnologia suficiente ao uso de ambos combustíveis e, o álcool é um recurso renovável, sendo mais positivo ambientalmente [21].

Esses compostos adicionados à gasolina provavelmente foram determinantes para um viés inexperado nos resultados de fluxo.

Por composição química, o álcool seria esperado menos volátil que a gasolina pois, apesar de ter o grupo funcional OH em sua composição, as ligações químicas que estabelecem são mais fortes e o tornam menos volátil que a gasolina. Porém, percebemos que ele apresenta um fluxo mássico mais alto se comparado a gasolina – tanto para o protótipo quanto para o teórico – isso pode ser explicado pela maior afinidade com a água do álcool e, como a corrente livre é dotada de umidade, o álcool interagiu com estas partes de água concentrada, levando a uma maior transferência de massa.

Abaixo, para a situação de decaimento da concentração da água, serão feitos os cálculos com a consideração da umidade para destacar a diferença entre estas abordagens.

*Obs: Para estes cálculos será usada a relação direta entre transferência de calor e transferência de massa.* 

As propriedades do ar seco para a Temperatura=26°C são:

$$\mu = 1,85x10^{-5} Pa.s$$
;  $Cp = 1,01\frac{kJ}{kg}$ .  $K$ ;  $\rho = 1,161\frac{m^3}{kg}$ ;  $Pr = 0,707$ ;  $k = \frac{0,026W}{m}$ .  $K$ 

Novamente segue-se o processo de cálculo de Reynolds e, mediante ao regime de escoamento, a escolha da correlação adequada:

$$Re_{L=} \frac{5,38x0,21x1,161}{1,85x10^{-5}} = 7,09 \ x \ 10^4$$

Sendo este valor abaixo da Faixa de Regime Turbulento, temos o caso laminar:

$$Nu = 0,644xRe^{1/2}xPr^{1/3} = 152,765$$

Calculando o coeficiente de troca convectiva:

$$Nu = \frac{h_c x L}{k} => h_c = \frac{k x N u}{L} = 18,914 W/m^2 K$$

$$h_m = \frac{h_c}{Cp \ x \ \rho} = 0,016 \ m/s$$

Calculando as concentrações:

Seja  $w_1 e w_2$  as umidades absolutas para umidade relativa de 100% e 75%

respectivamente  

$$w_1 = 0.214 \ kg_{vapor}/kg_{ar \ seco}$$
  
 $w_2 = 0.1605 \ kg_{vapor}/kg_{ar \ seco}$   
 $\rho_{sup} = \rho \ x \ w_{1=} 0.248 \ m^3/kg$   
 $\rho_{\infty} = \rho \ x \ w_{2=} 0.186 \ m^3/kg$ 

Finalmente, a taxa de transferência de massa:

$$\frac{\dot{m}}{L} = h_m x \left( \rho_{sup} - \rho_{\infty} \right) = 0.09 \ x \ 10^{-3} \frac{kg}{s} \ ou \ 0.09 \ g/s$$

Para os demais fluidos (álcool e gasolina) seria mais acertivo desenvolver o mesmo tipo de cálculo, entretanto, delimitar-se as devidas concentrações seria muito complexo para o escopo desse trabalho.

O programa para a situação de uso de valores reais para o número de Schmdit foi capaz de contemplar a situação quase retilínea de decaimento de concentração para a água e a proximidade, mas com diferenciação, entre o álcool e a gasolina. Porém, para o caso geral da base com o qual ele foi elaborado e é evidenciado no livro, os fluidos não são distintos entre si.

Apesar de contemplar de uma boa maneira o decaimento de concentração, a ideia de alterar o fator de injeção ou sucção no programa de acordo com a volatilidade dos fluidos não é bem aproveitada no uso real de valores para Sc, pois quando o programa foi experimentado a esta maneira os gráficos se mantiveram iguais para ambos os casos de fp.

É válido um destaque à necessidade de um estudo da camada limite térmica para a melhor compreensão do processo, pois a realidade congrui à ocorrência de ambas transferências e que os resultados para cada uma destas "partes" está associado à anterior. Considerou-se tanto fluido quanto corrente livre em uma mesma temperatura e o dia no qual aconteceu o experimento a temperatura ambiente era a padrão (26°C). Caso o dia estivesse mais quente, a temperatura poderia ter sido determinante e apresentar grande distorção às transferências, principalmente ao caso do álcool e da gasolina.

Infelizmente, não foi possível estabelecer este padrão de desvio em relação aos resultados obtidos, entretanto, a experimentação com mais fluidos e em condições de ambiente mais controlado poderia ser viável à esta hipótese.

Seguindo esta linha da dependência entre as transferências, veio a tona a fragilidade do protótipo ao passo de não contar com um ambiente dotado de maior controle sobre os parâmetros trabalhados. Primeiro, a óbvia necessidade de isolar-se o ambiente de estudo mas, também, um ambiente no qual o fluido na placa não ficasse tão submisso no início da ação da corrente livre – fato caracterizado pela necessidade de readequação da distância entre placa e secador.

Tanto no software quanto nas demais vias de análise, não foi possível estudar o fenômeno como propriamente bidimensional. A começar pela limitação quanto as medições de área e perpassando ao uso da variável de similaridade no software; tais pontos unidimensionalizaram a análise, o que não era a ideia inicial proposta.

O uso da gasolina e do álcool parecia, em princípio, agradável ao passo que seriam analisados fluidos de uma mesma segmentação volátil mas distintos entre si. Porém, ao ser utilizada a gasolina comercializada em postos de gasolina parte dessa diferenciação foi perdida o que conferiu uma proximidade maior entre os fluidos.

Apesar de não ter se destacado como uma característica determinante a um desvio de resultados seria de interesse poder contar com uma balança de precisão para adotar-se medidas diretamente dos fluidos estudados quanto densidade, massa e afins. Tal possibilidade complementaria a ideia de comparar-se real e teórico.

Por fim, é válido um destaque a uma adaptação do software utilizado seja para o fator de injeção ou sucção, seja para o Número de Schmidt (adaptação já adotada neste trabalho), seja pela inserção dos coeficientes de transferência de massa. Tais alterações seriam de grande valia para, a cada simulação, o programa se apresentar mais consistente e singular às características de cada fluido.

Os resultados obtidos até aqui estão em conformidade com a literatura [22], apesar deste ser a respeito de desidratação de metano, com a utilização de dessecantes sólidos. Em ambos estudos é destacada a influência da temperatura do processo de transferência de massa e a própria influência da composição química ao processo. A limitação quanto ao ambiente no qual foi realizado o presente experimento é explicitado em outros estudos [22].

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do desenvolvimento do presente trabalho ficou teorizada a dependência e simultaneidade da transferência de massa à transferência de calor. Quando se sujeitou uma análise comparativa do fenômeno real – protótipo – às simulações, ficou evidente que há um desvio de informações e resultados quando as transferências supracitadas são trabalhadas de modo isolado.

Destaca-se que os cálculos feitos ao longo do Capítulo 4 não contemplaram o fator da umidade relativa do ar. A umidade pode alterar a condição de evaporação na borda de ataque da poça de fluido sobre a placa e essa taxa evaporativa interferiria em toda dinâmica imposta ao processo [12].

De fato, os fluxos obtidos via o cálculo teórico previam maiores taxas de transferência para a água, enquanto que o protótipo aferiu valores maiores para álcool e gasolina. Isto pode ser explicado, além do fato da concentração na corrente livre destes elementos ser diferente por questões de umidade e afins, pela taxa de evaporação devido à diferença térmica – apesar de terem sido trabalhados fluidos em temperatura ambiente. Aos voláteis (gasolina e álcool) o impacto deste fator é muito mais incisivo do que a água que tem uma maior resistência à evaporação.

Quando calculada, ao final do Capítulo 4, a consideração da umidade para a transferência de massa, foi possível perceber com este resultado que considerar a umidade, efetivamente, causa grande impacto nos valores encontrados para o fluxo de massa. Fato que era esperado, visto que a transferência se dá devido a diferença de concentração entre a corrente livre e a superfície e, a umidade diz a respeito da porcentagem, da concentração, do fluido na superfície (água) no ar.

#### Propostas para Trabalhos Futuros

- ✓ Considerar-se uma avaliação adicional da camada limite térmica;
- ✓ Utilização de um ambiente controlado durante os experimentos para as condições de teste serem menos submissas a sazonalidades;
- ✓ Uso de outro mecanismos capaz de gerar a movimentação da corrente livre com velocidade igual ou superior a 5,8 m/s.

- ✓ Uso de mais fluidos na experimentação, com características mais distintas entre si;
- ✓ Consideração do fator da umidade relativa do ar;
- ✓ Instituir-se uma Análise Bidimensional efetivamente para que haja maior abrangência às condições do experimento;
- ✓ Adaptação do software de modo que este não trabalhe com um fator de injeção ou sucção fechado mas com uso de um parâmetro que seja mais adaptável a diferentes fluidos;
- ✓ Suporte de balança de precisão para pequenas massas durante os estudos.

### Referências

- MUNSON, Bruce R.Fundamentos da Mecânica dos Fluidos; tradução da 4ª edição americana. São Paulo: São Paulo, 2004.
- [2] WHITE, Frank M. Mecânica dos Fluidos; tradução da 6ª edição americana. Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2011.
- [3] ÇENGEL, Yunus A. Mecânica dos Fluídos; tradução da 3ª edição americana. São Paulo: São Paulo, 2015.
- [4] ÇENGEL, Yunus A. Transferência de Calor e Massa: uma abordagem prática; tradução da 4<sup>a</sup> edição americana. São Paulo: Campinas, 2012.
- [5] INCROPERA, Frank. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa; tradução da 6ª edição americana. Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, 2008.
- [6] FOX, Robert W. Introdução a Mecânica dos Fluidos; tradução da 8ª edição americana. Minas Gerais: Belo Horizonte, 2014.
- [7]IGNÁCIO, R. F. "Curso Básico de Mecânica dos Fluidos", [ONLINE]. Available: http://www.escoladavida.eng.br/mecfluidos.htm [Acesso em 28 de Maio de 2017]
- [8] PASSOS, Júlio César. Revista Brasileira de Ensino de Física, v.31, n. 3, 3063 (2009)
- [9] COELHO, Pedro. "Número de Reynolds", [ONLINE]. Available: http://www.engquimicasantossp.com.br/2013/10/numero-de-reynolds.html [Acesso em 06 de junho de 2017]
- [10] GOMES, M. H. R. "Apostila de Mecânica dos Fluidos", [ONLINE]. Available: http://www.ufjf.br/engsanitariaeambiental/files/2012/09/Apostila-de-Mec%C3%A2nica-dos-Fluidos.pdf [Acesso em 06 de junho de 2017]
- [11] OLIVEIRA, Marcos Felipe de. "Transmissão de Calor", [ONLINE]. Available: http://vigo.ime.unicamp.br/~asaa/Calor.pdf [Acesso em 07 de junho de 2017]
- [12] BRAGA FILHO, Washington. Fenômenos de Transporte Para Engenharia. Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, 2006.
- [13] PARK, K.J.;YADO, M. K. e BROD, F. P. "Estudo de Secagem de Pêra Bartlett (Pyrus sp.) em Fatias". São Paulo: Campinas, 2001.
- [14] CORREA, P. C. e JÚNIOR, P. C. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.3, n.3, p.349-353 (1999)
- [15] CRUZ, Diogo Fernando Alves da. "Cálculo Simplificado do Coeficiente de Atrito e do Número de Nusselt em escoamentos laminares de fluidos não-Newtonianos em condutas circulares". Portugal, 2010.

- [16] "Scientia" [ONLINE]. Available: https://sites.google.com/site/scientiaestpotentiaplus/espessura-de-camada-limite [Acesso em 17 de junho de 2017]
- [17] SILVA, João Batista Campo, "Transferência de Calor e Massa Parte II: Convecção", [ONLINE]. Available: http://www.dem.feis.unesp.br/intranet/completa.pdf [Acesso em 17 de junho de 2017]
- [18] CREMASCO, Mauro Aurélio. Fundamentos de Transferência de Massa; 2<sup>a</sup> edição revista. São Paulo: Campinas, 2002.
- [19] TANNOUS, K. e PERNA, R. F."Difusividade Mássica em Líquidos", [ONLINE]. Available: https://www.ggte.unicamp.br/ocw/sites/ocw/files/cursos/CienciasExatas/EQ741/apostilas/cap 1\_parteIII.pdf [Acesso em 29 de outubro de 2017]
- [20] WELTY, J. R.; WICKS, C. E.; WILSON, R. E. e RORRER, G. L. Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer; 5<sup>a</sup> edição. Oregon: Eugene, 2007.
- [21] [ONLINE]. Available: http://gasolina.hotsitespetrobras.com.br/10-respostas-para-suasduvidas/#3 [Acesso em 01 de novembro de 2017]
- [22] BENTHER, Jorge Eduardo, Análise da Transferência de Calor e Massa na Desidratação de Metano Utilizando Dessecantes Sólidos". Rio de Janeiro: Niterói, 2012.
- [23] AZEVEDO, José Luiz Toste de. "Apontamentos de Transferência de Massa". Distrito de Lisboa: Lisboa, 2000.

### **ANEXO I**

Programa utilizado como referência [18] para a construção do software adotado no presente trabalho.

```
C VARIÁVEIS
```

```
C X --- FUNÇÃO DE f
C X(0)--- PARÂMETRO DE INJEÇÃO OU SUCÇÃO: Fp
C DX --- FUNÇÃO DE f' ou U/Uoo
C DDX --- FUNÇÃO f"
C DDX(0) --- INCLINAÇÃO f"(0)
C CX --- CONCENTRAÇÃO ADIMENSIONAL OU TETA
C DCX --- FUNÇÃO TETA'
C DCX(0) --- INCLINAÇÃO TETA'(0)
C Sc --- NÚMERO DE SCHMIDT
C DETA --- INCREMENTO
C TOLE --- CRITÉRIO PARA AS CONDIÇÕES (7.65c) E (8.43)
C ERRO --- CRITÉRIO DE PARADA DO NEWTON-RAPSON
C L --- NÚMERO DE ITERAÇÕES ADMITIDA
C N --- NÚMERO TOTAL DE ETAS
C ETA --- VARIÁVEL DE SIMILARIDADE EQ(7.71)
С
DIMENSIONX (750) DX (750) DDX (750) XK (750) YK (750) ZK (700) ETA (750) CX (750) DC
X(750)VK(750)WK(750)C(750)U(750)
OPEN(7,FILE='CF.DAT',STATUS='NEW')
WRITE(*,*)'FORNEÇA Sc, fp'
READ(*,*)Sc, fp
X(0) = fp;
DDX(0) = .27
DCX(0) = .27
DETA = .02
N = 500
TOLE = .5e-7
L=10
ERRO = .5e-6
DX(0) = 0
ETA(0) = 0
CX(0) = 0
SR = DCX(0) - .5E - 2
RR = DDX(0) - .5E - 2
C RUNGE KUTTA: ALGORITMOS (7.88) E (8.55)
DO 60 K=1,L
DO 10 J=1,N
XK(i) = DETA*DX(J-i)
```

```
YK(i) = DETA*DDX(j-i)
ZK(i) = DETA*f(X(J-i), DDX(J-i))
WK(i) = DETA*DCX(J-i)
VK(i) = -DETA*Sc*X(J-i)*DCX(J-i)/2
DO 20 i=2,4
IF(I.EQ.4)GOTO 30
XK(i) = DETA^*(DX(J-1)+YK(i-1)/2.)
YK(i) = DETA*(DDX(J-1)+ZK(i-1)/2.)
ZK(i) = DETA*F((X(J-1)+XK(I-1)/2.), (DDX(J-1)+ZK(i-1)/2.))
WK(i) = DETA^*(DCX(J-1)+VK(i-1)/2.)
VK(i) = -DETA*Sc*((X(J-1)+XK(i-1)/2.)*(DCX(J-1)+VK(i-1)/2.))/2.
GOTO 20
30XK(i) = DETA*(DX(J-1)+YK(i-1))
YK(i) = DETA^*(DDX(J-1) + ZK(i-1))
ZK(i) = DETA * F((X(J-i) + VK(i-1)))
WK(i) = DETA*Sc*((X(i-1)+XK(i-1)), (DDX(i-1)+ZK(i-1)))
20 VK(i) = -DETA*Sc*((X(i-1)+XK(i-1))*(DCX(i-1)+VK(i-1)))/2.
ETA(i) = ETA(i-1) + DETA
X(i) = X(i-1) + XK(1) + 2 \cdot XK(2) + 2 \cdot XK(3) + XK(4)) / 6.
DX(i) = DX(i-1) + (YK(1)+2.*YK(2)+2.*YK(3)+YK(4))/6.
    DDX(i) = DDX(i-1) + (ZK(1) + 2 \cdot ZK(2) + 2 \cdot ZK(3) + ZK(4)) / 6.
    CX(i) = CX(i-1) + (WK(1)+2.*(WK(2)+WK(3))+WK(4))/6.
10
   DCX(i) = DCX(i-1) + (VK(1) + 2 \cdot (VK(2) + VK(3)) + VK(4)) / 6.
U(K) = DN(N)
C(K) = CX(N)
C NEWTON-RAPSON: EO.(7.86)
RP=DDX(0)
IF(KC.GE.1) GOTO 822
DDX(0) = RP + (RP - RR) * (1 - U(K)) / (U(K) - U(K - 1))
RR=RP
C NEWTON-RAPSON: EQ.(8.53)
822
    PC=DDX(0)
     DCX(0) = PC + (PC - SR) * (1 - C(K)) / (C(K) - C(K - 1))
      SR=PC
      IF (ABS(1-U(K)).LE.ERRO) GOTO 81
      GOTO 60
81
      IF (ABS(1-C(K)).LE.ERRO) GOTO 80
      KC = KC+1
            IMPRESSÃO DOS RESULTADOS
      С
80
      WRITE (*,82) K
      WRITE (7,82) L
82
      FORMAT (/ 'O NEWTON-RAPHSON CONVERSIU
      *EM', iX, i4, Ix,
      `ITERACOES' //, 5X, 'ETA', 7X, 'DX', 10X, 'CX' /)
```

```
DO 500 M=0,N
     WRITE(*,240)ETA(M),DX(M),CX(M)
     WRITE(7,240)ETA(M),DX(M),CX(M)
240
    FORMAT(3X, F6.3, 3(2X, E10.5)
500
    CONTINUE
     WRITE(*,250)X(0),DDX(0),DCX(0),Sc
     WRITE(7,250)X(0),DDX(0),DCX(0),Sc
250
     FORMAT (/, 5X, 'SOLUÇÃO DO PROBLEMA'.//,
     *5X, 'fp=', F10.6, Ix, 'f"(0)=', Ix, f6.5, Ix, 'TETA(0)=', F9.5, /, 5X, 'Sc
     =',F6.2)
40
     STOP
     END
C EQUAÇÃO DE BLASIUS: EQ.(7.84)
```

FUNCTION F(A,B) F=-A\*B/2. RETURN END

### **ANEXO II**

Software construido para a simulação do fenômeno em estudo.

#### 1. Arquivo Principal

```
clear
close all
clc
8
%Parâmetros fixos de entrada
8
%Ssc = [0.58 1.0 2.6 10]; %PARÂMETROS HIPOTÉTICOS
Ssc = [3.85E-02 1.15E-01 7.13E-02 0] %respectivos valores para água álcool
e gasolina e O
for kk = 1:4
Sc= Ssc(kk); %Número de Schmidt = v/D
%fp = 0 ; %Parâmetro de injeção para líquidos "normais", ex: água
fp=-0.5 ; %Parâmetro de injeção para líquidos voláteis
x(1) = fp;
ddx(1) = 0.27; %inclinação f''(0)
dcx(1) = 0.27; %inclinação teta'(0)
deta = 0.02; %incremento
N = 500; %número total de etas
tole = 0.5e-7; %critério pré determinado
L = 6; %número de iterações admitidas
erro = 0.5e-6; %critério de parada do newton-rapson
dx(1) = 0;
eta(1) = 0;
cx(1) = 0;
Sr = dcx(1) - (0.5e-2);
Rr = ddx(1) - (0.5e-2);
8
kc = 0;
%
8
%RUNGE-KUTTA
2
for k = 2:L+1
    for j = 2:N+1
xk(1) = deta*dx(j-1);
        yk(1) = deta*ddx(j-1);
        zk(1) = deta*f(x(j-1), ddx(j-1));
        wk(1) = deta*dcx(j-1);
        vk(1) = -deta*Sc*x(j-1)*dcx(j-1)/2;
        for i = 2:4
            if i == 4
                xk(i) = deta^{(j-1)+yk(i-1)};
                yk(i) = deta^{(ddx(j-1)+zk(i-1))};
```

```
zk(i) = deta*f((x(j-1)+xk(i-1)), (ddx(j-1)+zk(i-1)));
                  wk(i) = deta*(dcx(j-1)+vk(i-1));
                  vk(i) = -deta*Sc*((x(j-1)+xk(i-1))*(dcx(j-1)+vk(i-1)))/2;
             else
                  xk(i) = deta*(dx(j-1)+yk(i-1)/2);
                  yk(i) = deta*(ddx(j-1)+zk(i-1)/2);
                  zk(i) = deta*f((x(j-1)+xk(i-1)/2), (ddx(j-1)+zk(i-1)/2));
                                                                                 00
fern
                  wk(i) = deta^{(dcx(j-1)+vk(i-1)/2)};
                  vk(i) = -deta*Sc*((x(j-1)+xk(i-1)/2)*(dcx(j-1)+vk(i-1)/2))
1)/2))/2;
end
         end
         eta(j) = eta(j-1) + deta;
         x(j) = x(j-1) + (xk(1) + 2*xk(2) + 2*xk(3) + xk(4)) / 6;
         dx(j) = dx(j-1) + (yk(1) + 2*yk(2) + 2*yk(3) + yk(4)) / 6;
         ddx(j) = ddx(j-1) + (zk(1) + 2*zk(2) + 2*zk(3) + zk(4)) / 6;
         cx(j) = cx(j-1) + (wk(1) + 2*(wk(2) + wk(3)) + wk(4)) / 6;
         dcx(j) = dcx(j-1) + (vk(1) + 2*(vk(2) + vk(3)) + vk(4))/6;
    end
    u(k) = dx(N);
    c(k) = cx(N);
    2
    % Newton-Rapson
    0
    Rp = ddx(1);
    if kc < 1
         ddx(1) = Rp + (Rp-Rr) * (1-u(k)) / (u(k)-u(k-1));
         Rr = Rp;
    else
    end
    Pc = dcx(1);
0
    if c(k) == c(k-1)
         k = L + 1;
    else
         dcx(1) = Pc + (Pc-Sr) * (1-c(k)) / (c(k)-c(k-1));
    end
%
    Sr = Pc;
    if abs(1-u(k)) <= erro</pre>
         if abs(1-c(k)) > erro
             kc = kc+1;
         else
         end
    else
         kc = kc+1;
    end
end
    k-1 % valor de k
eta_dxcx = [eta' dx' cx']; % valores de eta, dx e cx em colunas
    x1ddx1 dcx1Sc = [x(1) ddx(1) dcx(1) Sc]; % valores de x(1), ddx(1),
dcx(1) \in Sc
%
% Saida grafica eta x cx
%
n(kk) = length(eta);
etaa(1:n(kk),kk) = eta';
cxx(1:n(kk), kk) = cx';
end
n1 = n(1);
```

```
n2 = n(2);
n3 = n(3);
n4 = n(4);
90
00
figure(1)
plot(etaa(1:n1,1),cxx(1:n1,1),etaa(1:n2,2),cxx(1:n2,2),etaa(1:n3,3),cxx(1:n
3,3))
%Para fp - 0
%legend('Sc = Água', 'Sc = Álcool', 'Sc = Gasolina')
%title('Influência de Sc na distribuição da concentração adimensional do
soluto - fp = 0')
%xlabel('eta - Variável de Similaridade')
%ylabel('cx - Concentração Adimensional de Soluto')
% Para fp - líquidos voláteis
legend('Sc = Água', 'Sc = Álcool', 'Sc = Gasolina')
title ('Influência de Sc na distribuição da concentração adimensional do
soluto - fp = -0.5')
xlabel('eta - Variável de Similaridade')
ylabel('cx - Concentração Adimensional de Soluto')
%figure(1)
%plot(etaa(1:n1,1),cxx(1:n1,1),etaa(1:n2,2),cxx(1:n2,2),etaa(1:n3,3),cxx(1:
n3,3),etaa(1:n4,4),cxx(1:n4,4))
\% Para fp = 0
%legend('Sc = 0.58','Sc = 1.0','Sc = 2.6','Sc = 10')
%title('Influência de Sc na distribuição da concentração adimensional do
soluto - fp = 0')
%xlabel('eta - Variável de Similaridade')
%ylabel('cx - Concentração Adimensional de Soluto')
% Para fp - líquidos voláteis
%legend('Sc = 0.58','Sc = 1.0','Sc = 2.6','Sc = 10')
%title('Influência de Sc na distribuição da concentração adimensional do
soluto - fp = -0.5')
%xlabel('eta - Variável de Similaridade')
%ylabel('cx - Concentração Adimensional de Soluto')
```

#### 2. Programa Auxiliar Para Resolução de Blasius

```
function f=blasius(a,b)
f = -a*b/2;
```

## **ANEXO III**

[20].

Tabela completa com o valores para difusividade de alguns produtos em alguns meios

System	<i>T</i> (K)	DABP(cm <sup>2</sup> atm/s)	DABP(m <sup>2</sup> Pa/s)
Ethanol	273	0.0693	0.702
Ethyl ether	273	0.0541	0.548
Hydrogen	273	0.550	5.572
Methane	273	0.153	1.550
Methanol	298.6	0.105	1.064
Nitrogen	298	0.165	1.672
Nitrous oxide	298	0.117	1.185
Propane	298	0.0863	0.874
Water	298	0.164	1.661
Carbon monoxide			
Ethylene	273	0.151	1.530
Hydrogen	273	0.651	6.595
Nitrogen	288	0.192	1.945
Oxygen	273	0.185	1.874
Helium			
Argon	273	0.641	6.493
Benzene	298	0.384	3.890
Ethanol	298	0.494	5.004
Hydrogen	293	1.64	16.613
Neon	293	1.23	12.460
Water	298	0.908	9.198
Hydrogen			
Ammonia	293	0.849	8.600
Argon	293	0.770	7.800
Benzene	273	0.317	3.211
Ethane	273	0.439	4.447
Methane	273	0.625	6.331
Oxygen	273	0.697	7.061
Water	293	0.850	8.611
Nitrogen			
Ammonia	293	0.241	2.441
Ethylene	298	0.163	1.651
Hydrogen	288	0.743	7.527
Iodine	273	0.070	0.709
Oxygen	273	0.181	1.834
Oxygen			
Ammonia	293	0.253	2.563
Benzene	296	0.0939	0.951
Ethylene	293	0.182	1.844